10. SINIF MATEMATİK · 1. DÖNEM 1. YAZILI · 90+ SÜRÜMÜ

Üçgenin Sırları: Trigonometri, Yardımcı Elemanlar ve Veri

1. yazılıdaki her kazanım için anlatım, doğru çizilmiş şekiller, "Derinleşelim" açıklamaları ve **Kolay / Orta / Zor** diye sıralanmış çözümlü örnekler. Sonda kazanımları birleştiren bir **90+ Atölyesi** ve puanlamalı iki prova var: **Prova 1 – Temel** ve **Prova 2 – 90+ Zorluk**.

Sınav bilgisi ve kapsam

Takvime göre matematik yazılısı **5 Kasım 2026**, süre **40 dakika**, sorular açık uçlu. Tarihi okulundan teyit et.

Kod	Konu	Soru sayısı*
10.1.1	Dik üçgende trigonometrik oranlar ve trigonometrik özdeşlikler	2–3
10.1.2	Üçgenin yardımcı elemanları	1–2
10.1.3	Üçgenin alanı (kenar ve yükseklik değişince alan nasıl değişir?)	1–2
10.1.4	Sinüs ve kosinüs teoremleri	1–2
10.2.1	İki kategorik değişkenli veriler	0–2

*MEB tablosunda 5 senaryo var; okulundaki zümre birini seçer. İki kategorik değişkenli veri sorusu Senaryo 1, 2 ve 3'te var. **Öğretmenine hangi senaryonun seçildiğini sor**; emin değilsen hepsini çalış.

Tam puan için cevap yazma

Açık uçlu sorular **puanlama anahtarıyla** okunur: her adımın ayrı puanı vardır. Sonucu doğru bulup adımları yazmayan öğrenci puanın bir kısmını kaybeder; yanlış sonuca giden ama doğru kurulmuş çözüm ise kısmi puan alır.

Adım	Öğretmenin baktığı şey
Veri ve şekil	Verilenleri şekle işledin mi? Dik açıyı, seçtiğin açıyı, karşı/komşu kenarı gösterdin mi?
Kural	Hangi bağıntıyı kullandığını yazdın mı? (ör. "Kosinüs teoremi: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cdot\cos A$")
İşlem	Değerleri yerine koyduğun satır ve ara adımlar görünüyor mu?
Sonuç ve birim	Sonuç sade mi ($\sqrt{19}$, $6\sqrt{2}$, kesir sadeleşmiş)? Uzunlukta cm, alanda cm^2 yazdın mı?
Gerekçe	"Yorumlayınız", "Açıklayınız" diyorsa bir cümle yazdın mı? (ör. "Oranlar farklı olduğu için ilişki vardır.")

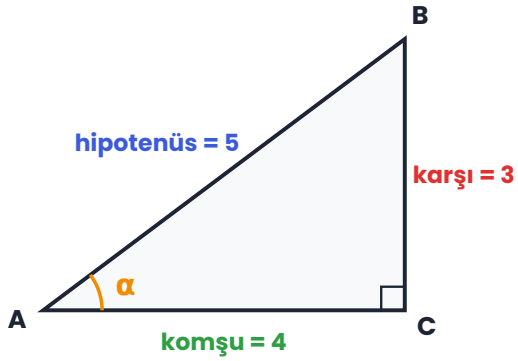
ZAYIF · 3/10 **Soru:** ABC üçgeninde b = 5 cm, c = 3 cm, m(A) = 60° ise a kaçtır?
Cevap: "a = $\sqrt{19}$"

TAM · 10/10 **Cevap:** "Kosinüs teoremi: $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A = 25 + 9 - 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot (1/2) = 34 - 15 = 19$. Uzunluk pozitif olduğundan **$a = \sqrt{19}$ cm**."

1. Dik Üçgende Trigonometrik Oranlar

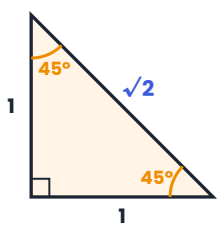
10.1.1 · sin, cos, tan, cot ve özdeşlikler

Bir dik üçgende dar açılardan birini (α) seç. Kenarlar bu açıya göre isim alır ve dört oran tanımlanır:

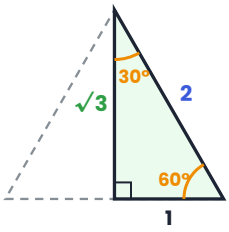


sin α = karşı / hipotenüs	**= 3/5**
cos α = komşu / hipotenüs	**= 4/5**
tan α = karşı / komşu	**= 3/4**
cot α = komşu / karşı	**= 4/3**

Oranlar her zaman **seçtiğin dar açıya** göre okunur: karşı kenar açının karşısında, komşu kenar açının yanında (hipotenüs olmayan) kenardır.



İkizkenar dik üçgen



Eşkenar üçgenin yarısı

Değerleri ezberlemek yerine bu iki üçgeni çiz: her oranı kenarlardan okursun.

	30°	45°	60°
sin	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$
cos	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2
tan	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$
cot	$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}/3$

Açı 30° => 60° büyürken sin **artar**, cos **azalır**.

= Trigonometrik özdeşlikler

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Neden? Pisagor'dan karşı² + komşu² = hipotenüs². İki tarafı hipotenüs²'ye bölünce çıkar.

$\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$ · $\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$

Tümler açılar (toplamı 90°): Dik üçgende bir açının karşı kenarı, diğer açının komşu kenarıdır. Bu yüzden:

$\sin x = \cos(90° - x)$ · $\tan x = \cot(90° - x)$

Örnek: sin 20° = cos 70°, tan 35° = cot 55°.

Kolay **Örnek 1.** Dar açı x için tan x = 5/12 ise sin x ve cos x kaçtır?

Karşı 5, komşu 12 olan dik üçgen çiz. Hipotenüs = $\sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$.
sin x = **5/13**, cos x = **12/13**.

Orta **Örnek 2.** $\sin^2 20° + \sin^2 70°$ kaçtır?

sin 70° = cos 20° (tümler). İfade $\sin^2 20° + \cos^2 20° = \mathbf{1}$.

Kolay **Örnek 3.** $(1 - \cos^2 x) / \sin x$ ifadesini sadeleştir.

$1 - \cos^2 x = \sin^2 x \Rightarrow \sin^2 x / \sin x = \mathbf{\sin x}$ ($\sin x \neq 0$).

Taktik: Bir oran verilip diğerleri sorulursa **hemen dik üçgen çiz**, verilen orana göre iki kenarı yaz, üçüncüyü Pisagor'la bul. Sık çıkan Pisagor üçlüleri: 3-4-5, 5-12-13, 8-15-17, 7-24-25 (ve katları: 6-8-10, 9-12-15).

! Sık yapılan hatalar

- Karşı ve komşu kenarı yanlış açıya göre okumak. Önce açıyı işaretle, sonra kenarları adlandır.
- $\sin^2 x$ ile $\sin(x^2)$'yi karıştırmak: $\sin^2 x = (\sin x)^2$.
- sin, cos değerinin 1'den büyük çıkması: Dik üçgende hipotenüs en uzun kenar olduğundan sin ve cos her zaman 0 ile 1 arasındadır.

D Derinleşelim: Oranlar neden yalnızca açıya bağlı?

Benzerlik fikri: Dar açısı aynı olan bütün dik üçgenler benzerdir (açıları aynı). Benzer üçgenlerde kenarların oranı değişmez; bu yüzden sin 30° her dik üçgende 1/2'dir, üçgenin büyüklüğü önemli değildir.

Sınırlar: Hipotenüs en uzun kenar olduğundan dar açı için $0 < \sin x < 1$ ve $0 < \cos x < 1$. tan x ise her pozitif değeri alabilir: $x < 45°$ iken $\tan x < 1$, $x = 45°$ iken $\tan x = 1$, $x > 45°$ iken $\tan x > 1$ (karşı kenar komşudan uzun).

Yeni özdeşlik üretmek: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$'in iki tarafını $\cos^2 x$'e bölersen $\tan^2 x + 1 = 1/\cos^2 x$ elde edersin. Özdeşlik ispatında **tek taraftan başla**, her şeyi sin ve cos cinsinden yaz, diğer tarafa ulaşınca dur.

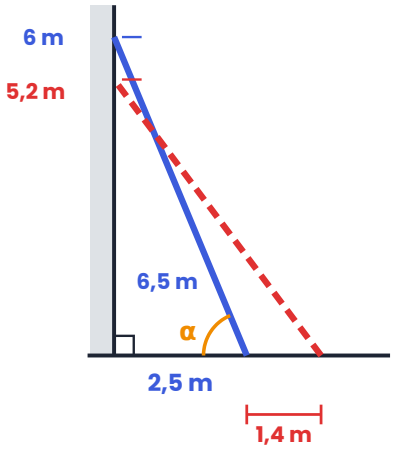
Kazanım bağlantısı: Sinüs ve kosinüs teoremleri (10.1.4) ve alan formülü ½·b·c·sin A (10.1.3), bu bölümdeki dik üçgen oranlarından türetilir.

Orta **Örnek 3a.** $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2$ ifadesinin değerini bul.

Aç: $(\sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x) + (\sin^2 x - 2 \sin x \cos x + \cos^2 x) = 2(\sin^2 x + \cos^2 x) = \mathbf{2}$. Orta terimler birbirini götürür.

Zor **Örnek 3b (Özdeşlikle hesap).** x dar açı ve sin x + cos x = 7/5 olduğuna göre a) sin x · cos x b) tan x + cot x değerlerini bul. c) x > 45° ise sin x ve cos x kaçtır?

a) İki tarafın karesini al: $\sin^2x + 2\sin x\cos x + \cos^2x = 49/25 \Rightarrow 1 + 2\sin x\cos x = 49/25 \Rightarrow$ **$\sin x \cdot \cos x = 12/25$**.
b) $\tan x + \cot x = \sin x/\cos x + \cos x/\sin x = (\sin^2x + \cos^2x)/(\sin x\cos x) = 1 \div (12/25) =$ **25/12**.
c) Toplamı 7/5, çarpımı 12/25 olan iki sayı: 3/5 ve 4/5. x > 45° iken karşı kenar komşudan uzun, yani sin x > cos x => **sin x = 4/5, cos x = 3/5**.



İlk durum: cos α = 2,5 / 6,5 = 5/13

Duvar: $\sqrt{(6,5^2 - 2,5^2)} = 6$ m

Sonra: ayak 2,5 + 1,4 = 3,9 m

Duvar: $\sqrt{(6,5^2 - 3,9^2)} = 5,2$ m

Merdiven uzunluğu değişmez (hipotenüs sabit); ayak duvardan uzaklaşınca tepe aşağı kayar ve açı küçülür.

Zor **Örnek 3c (Gerçek yaşam).** 6,5 m uzunluğundaki bir merdiven dik bir duvara yaslanmıştır. Merdivenin yerle yaptığı açı α ve cos α = 5/13'tür. a) Merdivenin ayağı duvardan kaç m uzaktadır, tepesi kaç m yüksekte? b) Ayak duvardan 1,4 m daha uzaklaştırılırsa tepe kaç m aşağı kayar? c) Yeni durumda tan α kaçtır? Açı büyüdü mü, küçüldü mü?

a) cos α = komşu/hipotenüs => ayak = 6,5 · 5/13 = **2,5 m**. Tepe = $\sqrt{(6,5^2 - 2,5^2)} = \sqrt{(42,25 - 6,25)} = \sqrt{36} =$ **6 m**.
b) Yeni ayak 3,9 m => tepe = $\sqrt{(42,25 - 15,21)} = \sqrt{27,04} = 5,2$ m => **0,8 m** aşağı kayar.
c) tan α = 5,2 / 3,9 = **4/3**. İlk durumda tan α = 6 / 2,5 = 12/5 = 2,4 idi; tan küçüldü => **açı küçüldü**.

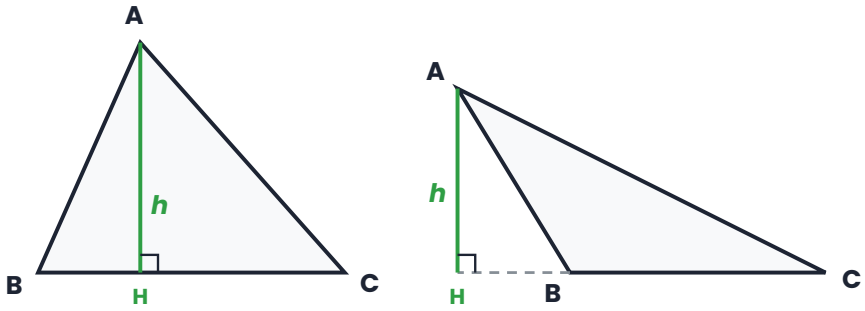
Tuzak

- sin x = 3/5 verildiğinde cos x = 1 - 3/5 = 2/5 yazmak. Özdeşlik **kareler** içindir: $\cos^2x = 1 - 9/25 = 16/25 \Rightarrow \cos x = 4/5$.
- sin(30° + 60°) = sin 30° + sin 60° sanmak: sol taraf sin 90° = 1, sağ taraf (1 + √3)/2 ≈ 1,37. Trigonometrik oranlar toplamaya dağılmaz.

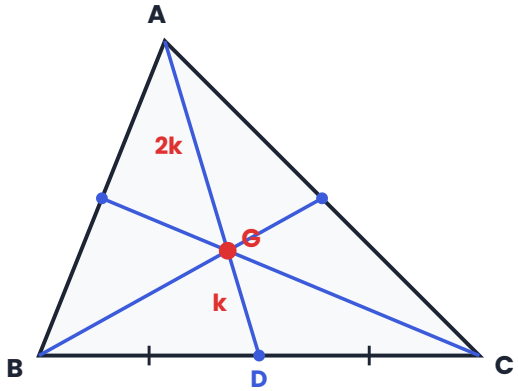
2. Üçgenin Yardımcı Elemanları

10.1.2 · Yükseklik, kenarortay, açıortay, kenar orta dikme

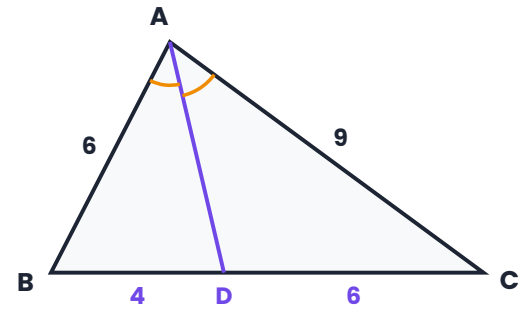
Eleman	Tanım	Üçünün kesiştiği nokta
Yükseklik	Köşeden karşı kenara dik inen doğru parçası	Diklik merkezi
Kenarortay	Köşeyi karşı kenarın orta noktasına birleştirir	Ağırlık merkezi (G)
Açıortay	İç açıyı iki eş parçaya böler	İç teğet çemberin merkezi
Kenar orta dikme	Kenarın orta noktasından o kenara dik çizilen doğru	Çevrel çemberin merkezi



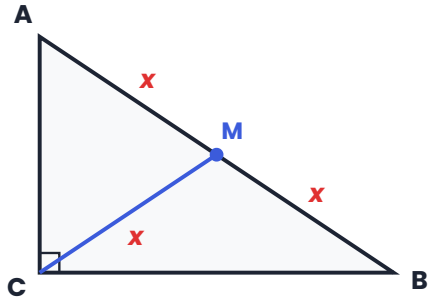
Yükseklik: köşeden karşı kenara (ya da uzantısına) inilen dikme. Geniş açılı üçgende bazı yükseklikler dışarıda kalır.



Kenarortaylar ağırlık merkezi G'de kesişir. G, kenarortayı köşeden itibaren **2 : 1** oranında böler.



İç açıortay teoremi: |BD| / |DC| = |AB| / |AC| = 6/9 => BD = 4, DC = 6 (BC = 10).



Dik üçgende hipotenüse ait kenarortay hipotenüsün yarısıdır: |MA| = |MB| = |MC|.

Kolay **Örnek 4.** ABC üçgeninde AD kenarortay, |AD| = 18 cm ve G ağırlık merkezi ise |AG| ve |GD| kaçtır?

2k + k = 18 => k = 6. **|AG| = 12 cm, |GD| = 6 cm.**

Kolay **Örnek 5.** Hipotenüsü 10 cm olan dik üçgende hipotenüse ait kenarortay kaç cm'dir?

Hipotenüsün yarısı: **5 cm**.

Orta **Örnek 6.** ABC üçgeninde AD iç açıortay, |AB| = 6, |AC| = 9, |BC| = 10 ise |BD| ve |DC| kaçtır?

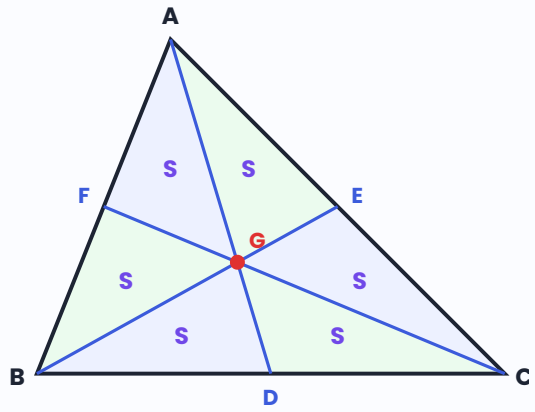
|BD| / |DC| = 6 / 9 = 2 / 3. BC'yi 2 + 3 = 5 parçaya böl: 10 / 5 = 2 => **|BD| = 4, |DC| = 6**.

Taktik: Ağırlık merkezi sorusunda kenarortayı hemen **2k ve k** diye işaretle; açıortay sorusunda karşı kenarı komşu kenarların oranında **parçalara böl**. İkisi de tek satırda biter.

! Sık yapılan hata

Kenarortay, açıortay ve yüksekliği aynı sanmak. Bunlar genelde farklı doğrulardır; yalnızca ikizkenar üçgende tepe köşesinden çizilenler (ve eşkenar üçgende hepsi) çakışır.

D Derinleşelim: Kuralların arkasındaki fikirler



Üç kenarortay üçgeni alanları eşit **6 parçaya** böler: her biri A(ABC)/6.

Kenarortay alanı ikiye böler: ABD ve ADC üçgenlerinin tabanları eşit (|BD| = |DC|), yükseklikleri aynı (A'dan BC'ye) => alanları eşit. Üç kenarortay birlikte üçgeni alanları eşit 6 parçaya ayırır.

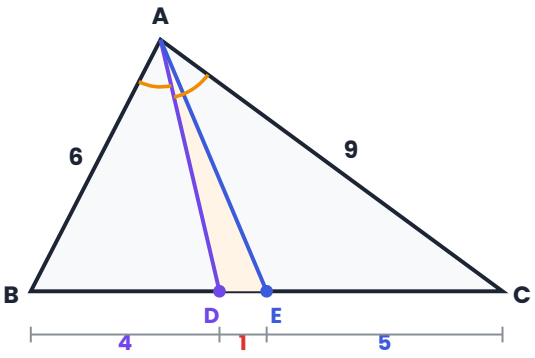
2 : 1 neden? D ve E orta noktalar olduğundan [DE] ∥ [AB] ve |DE| = |AB|/2 (orta taban). GDE ve GAB üçgenleri benzer, oran 1 : 2 => |GD| = |AG|/2.

Açıortay teoremi neden doğru? Açıortay üzerindeki her nokta açının kollarına eşit uzaklıktadır (d). A(ABD) = |AB|·d/2 ve A(ADC) = |AC|·d/2 => alan oranı |AB| : |AC|. Aynı iki üçgen A'dan inen ortak yüksekliği paylaştığı için alan oranı |BD| : |DC|'ye de eşittir. İki oran eşitlenince teorem çıkar. (Yardımcı eleman + alan bağlantısı!)

Kenar orta dikme: Üzerindeki her nokta kenarın iki ucuna eşit uzaklıktadır; üç orta dikmenin kesiştiği nokta üç köşeye eşit uzaklıkta olduğundan çevrel çemberin merkezidir. Dik üçgende bu nokta hipotenüsün orta noktasıdır; "hipotenüse ait kenarortay = hipotenüs/2" kuralı buradan gelir.

Orta **Örnek 6a.** ABC üçgeninin alanı 54 cm², G ağırlık merkezi ve E, [AC]'nin orta noktasıdır. A(GBC) ve A(AGE) kaçtır?

Altı parçanın her biri 54/6 = 9 cm². GBC üçgeni iki parçadan oluşur => **A(GBC) = 18 cm²**. AGE tek parça => **A(AGE) = 9 cm²**.



[AD] açıortay (mor), [AE] kenarortay (mavi). Aradaki turuncu ADE üçgeninin tabanı |DE| = 1.

Zor **Örnek 6b (Açıortay + kenarortay).** ABC üçgeninde |AB| = 6, |AC| = 9, |BC| = 10; [AD] iç açıortay, [AE] kenarortaydır (D, E ∈ [BC]). a) |DE| kaçtır? b) A(ADE) / A(ABC) oranı kaçtır?

a) Açıortay: |BD|/|DC| = 6/9 = 2/3 => 10 = 5 parça => |BD| = 4. Kenarortay: |BE| = 10/2 = 5. D, B'ye daha yakın => **|DE| = 5 − 4 = 1**.
b) ADE ve ABC, A'dan inen aynı yüksekliği paylaşır => alan oranı = taban oranı = |DE|/|BC| = **1/10**.

Zor **Örnek 6c (Dik üçgende ağırlık merkezi).** ABC dik üçgeninde m(C) = 90°, |AC| = 6 cm, |BC| = 8 cm ve G ağırlık merkezidir. |CG| ve |AG| uzunluklarını bul.

|AB| = √(36 + 64) = 10. C'den çıkan kenarortay hipotenüse iner ve uzunluğu 10/2 = 5 => |CG| = (2/3)·5 = **10/3 cm**.
A'dan çıkan kenarortay [BC]'nin orta noktası N'ye gider: |CN| = 4 => |AN| = √(36 + 16) = √52 = $2\sqrt{13}$. |AG| = (2/3)·$2\sqrt{13}$ = **$4\sqrt{13}/3$ cm**.

T Tuzak

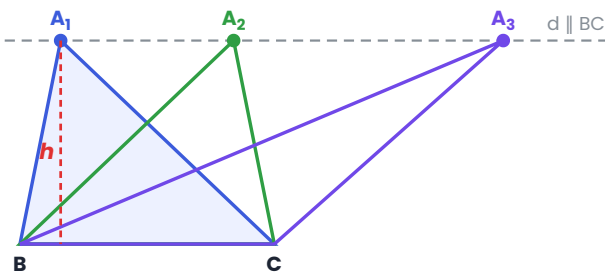
- Ağırlık merkezi oranını ters yazmak: G kenarortayı **köşeden itibaren** 2 : 1 böler. |AG| = 2|GD|, |GD| = 2|AG| değil.
- Açıortay teoreminde parçaları yanlış eşlemek: B'ye bitişik parça |BD|, B'ye bitişik kenar |AB| ile eşleşir: |BD|/|DC| = |AB|/|AC|.

3. Üçgenin Alanı

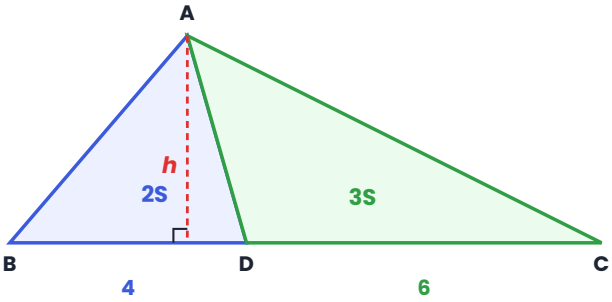
10.1.3 · Taban ve yükseklik değişince alan nasıl değişir?

Alan = (taban × o tabana ait yükseklik) / 2

Kazanımın özü şu: Alan, taban ile yüksekliğin **çarpımıyla** orantılıdır. Taban ya da yükseklik kaç katına çıkarsa alan da o kadar katına çıkar; ikisi birlikte değişirse katsayılar çarpılır.



Tabanı BC olan ve tepesi BC'ye paralel d doğrusu üzerinde gezen tüm üçgenlerin yüksekliği aynıdır, dolayısıyla **alanları eşittir**.



Aynı yüksekliği paylaşan üçgenlerde alanlar oranı = tabanlar oranı: 4 : 6 = 2 : 3.

Değişim	Alan çarpanı	Sonuç
Taban 2 katına, yükseklik aynı	$2 \cdot 1 = 2$	Alan 2 katına çıkar
Taban 2 katına, yükseklik yarısına	$2 \cdot 0{,}5 = 1$	Alan değişmez
Taban %20 artar, yükseklik %20 azalır	$1{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}96$	Alan **%4 azalır** (değişmez değil!)
Taban ve yükseklik 3 katına	$3 \cdot 3 = 9$	Alan 9 katına çıkar

Orta **Örnek 7.** Şekildeki ABC üçgeninin alanı 30 cm², $|BD| = 4$, $|DC| = 6$ ise $A(ABD)$ kaçtır?

Yükseklik ortak: $A(ABD) / A(ABC) = 4 / 10 \Rightarrow A(ABD) = 30 \cdot 4/10 =$ **12 cm²**.

Kolay **Örnek 8 (Bilgi).** İki kenarı 8 ve 5 cm, aralarındaki açı 30° olan üçgenin alanı?

Yükseklik $= 5 \cdot \sin 30° = 2{,}5$ olduğundan Alan $= (1/2) \cdot 8 \cdot 5 \cdot \sin 30° =$ **10 cm²**.

Taktik: Yüzde sorularında yüzdeleri çarpana çevir: %25 artış = 1,25; %20 azalış = 0,8. Çarpanları çarp, sonucu 1 ile karşılaştır. $1{,}25 \cdot 0{,}8 = 1$ olduğundan "%25 artır, %20 azalt" alanı değiştirmez.

! Sık yapılan hata

Yükseklik yerine eğik kenarı kullanmak. Yükseklik, tabana **dik** olan uzunluktur; geniş açılı üçgende tabanın uzantısına iner.

D Derinleşelim: Hangi taban, hangi yükseklik?

Her kenar taban olabilir: $a \cdot h_a = b \cdot h_b = c \cdot h_c = 2 \cdot$Alan. Bu yüzden **en uzun kenara ait yükseklik en kısadır**; kenarlar ile yükseklikler ters orantılıdır.

Ortak yükseklik => taban oranı, ortak taban => yükseklik oranı. Tepe noktası tabana paralel bir doğru üzerinde kayarsa yükseklik değişmez, alan sabit kalır (şekildeki A_1, A_2, A_3).

Fonksiyon gözüyle: Taban b sabitken alan $A(h) = (b/2) \cdot h$, yüksekliğin doğrusal fonksiyonudur (9. sınıftaki $a \cdot f(x)$ gibi): grafiği orijinden geçen bir doğru, eğimi b/2. Yükseklik k katına çıkarsa alan da k katına çıkar. Alanın sabit kalması için $b \cdot h$ sabit olmalı: taban ile yükseklik **ters orantılı** değişmelidir.

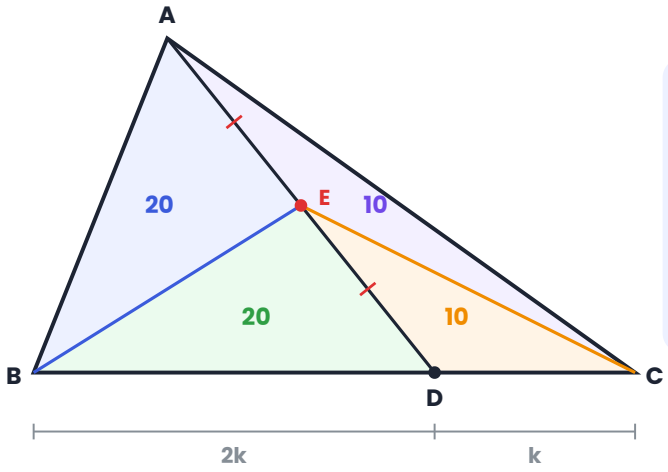
Trigonometri bağlantısı: b ve c kenarları arasındaki açı A ise c kenarının ucundan b'ye inen yükseklik $h = c \cdot \sin A$ olur => **Alan = ½·b·c·sin A**. Aynı iki kenarla, aradaki açı 90°'ye yaklaştıkça alan büyür ($\sin 90° = 1$ en büyük değer).

Orta **Örnek 8a (Kenar–yükseklik).** Kenarları 6, 8 ve 10 cm olan dik üçgende hipotenüse ait yükseklik kaç cm'dir?

$6^2 + 8^2 = 10^2$ olduğundan dik kenarlar 6 ve 8. Alan $= 6 \cdot 8/2 = 24$ cm². Hipotenüsü taban alırsak: $10 \cdot h/2 = 24 \Rightarrow$ **h = 4,8 cm**. (En uzun kenara ait yükseklik en kısa olandır: $4{,}8 < 6 < 8$.)

Orta **Örnek 8b.** Bir üçgenin tabanı %25 artırılıyor. Alanın değişmemesi için yükseklik yüzde kaç azaltılmalıdır?

Yükseklik çarpanı k olsun: 1,25 · k = 1 => k = 1/1,25 = 0,8 => yükseklik **%20 azaltılmalı**. (Dikkat: %25 değil!)



A(ABD) = 60·2/3 = 40

A(ADC) = 60·1/3 = 20

E orta nokta =>

her üçgen ikiye bölünür

A(BEC) = 20 + 10 = 30

Ortak yükseklik kuralını iki kez uygula: önce D ile BC'yi, sonra E ile AD'yi böl. Sayılar cm² cinsinden.

Zor **Örnek 8c (İç içe alanlar).** ABC üçgeninde D noktası [BC] üzerinde ve |BD| = 2|DC|; E noktası [AD]'nin orta noktasıdır. A(ABC) = 60 cm² ise A(BEC) ve A(ABE) kaçtır?

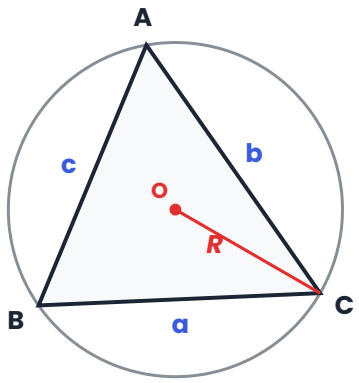
ABD ve ADC, A'dan inen ortak yüksekliği paylaşır => alanlar 2 : 1 => A(ABD) = 40, A(ADC) = 20. [BE], ABD üçgeninde kenarortaydır (E orta nokta) => A(ABE) = A(EBD) = 20. [CE], ADC üçgeninde kenarortaydır => A(AEC) = A(EDC) = 10.
A(BEC) = 20 + 10 = 30 cm², **A(ABE) = 20 cm²**. Kontrol: 20 + 20 + 10 + 10 = 60.

T Tuzak

- Çarpanları toplamak: Taban 2 katına, yükseklik 3 katına çıkarsa alan 2 + 3 = 5 değil, **2 · 3 = 6 katına** çıkar.
- Oranı yanlış bütüne kurmak: |BD| = 2|DC| ise A(ABD) / A(ABC) = 2/3'tür, 2/1 değil. Önce parçaların toplamını (2k + k = 3k) yaz.

4. Sinüs ve Kosinüs Teoremleri

10.1.4 · Doğrulama, ispat fikri ve hesaplama



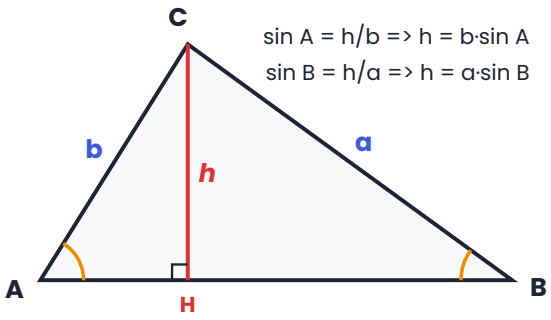
Sinüs teoremi: Her kenarın karşı açısının sinüsüne oranı sabittir ve çevrel çemberin çapına (2R) eşittir.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

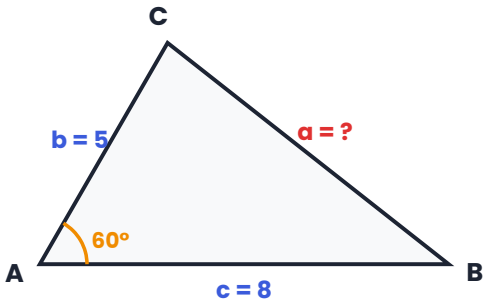
a, b, c kenarları; A, B, C ise **karşılarındaki** açılardır. Kenar büyüdükçe karşısındaki açı da büyür.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\cdot b\cdot c\cdot \cos A$$

Kosinüs teoremi, A = 90° iken cos 90° = 0 olduğundan Pisagor teoremine dönüşür. Yani Pisagor'un genel hâlidir.



İspat fikri: Aynı yükseklik iki dik üçgenden iki şekilde yazılır, eşitlenir: b·sin A = a·sin B.



İki kenar ve aradaki açı biliniyorsa üçüncü kenarı kosinüs teoremi verir.

Orta **Örnek 9 (Sinüs teoremi).** ABC üçgeninde m(A) = 30°, m(B) = 45°, a = 6 cm ise b ve çevrel çemberin yarıçapı R kaçtır?

a / sin A = b / sin B => 6 / (1/2) = b / ($\sqrt{2}$/2) => 12 = b / ($\sqrt{2}$/2) => **b = 6$\sqrt{2}$ cm**.
2R = a / sin A = 12 => **R = 6 cm**.

Kolay **Örnek 10 (Kosinüs teoremi).** b = 5, c = 8, m(A) = 60° ise a kaçtır?

$a^2 = 25 + 64 - 2\cdot5\cdot8\cdot(1/2) = 89 - 40 = 49$ => **a = 7**.

Orta **Örnek 11 (Açı bulma).** Kenarları 3, 5 ve 7 olan üçgenin en büyük açısı kaç derecedir?

En büyük açı en uzun kenarın (7) karşısında: $49 = 9 + 25 - 30\cdot\cos C$ => $\cos C = -1/2$ => **C = 120°**.

Taktik: Hangi teoremi kullanacağını verilenler söyler. **İki açı + bir kenar** (veya kenar–karşı açı çifti) => sinüs. **İki kenar + aradaki açı** ya da **üç kenar** => kosinüs. Bonus: $a^2 > b^2 + c^2$ ise A geniş, $a^2 = b^2 + c^2$ ise dik, $a^2 < b^2 + c^2$ ise dar açıdır.

Sık yapılan hata

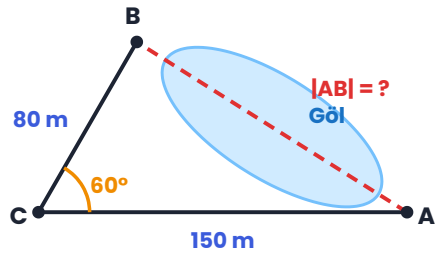
Kosinüs teoreminde yanlış açıyı kullanmak: Eşitliğin solundaki kenar hangisiyse, cos'un içindeki açı **o kenarın karşısındaki** açı olmalıdır. Bir de -2bc·cos A'da cos A negatifse (geniş açı) işaret **artıya** döner.

Derinleşelim: Geniş açılar, iki çözüm olasılığı ve açının türü

Geniş açının sinüs ve kosinüsü: Teoremler geniş açılı üçgenlerde de geçerlidir. Bunun için şu iki eşitlik kullanılır: **sin(180° − x) = sin x**, **cos(180° − x) = −cos x**. Örnekler: sin 120° = sin 60° = $\sqrt{3}/2$, cos 120° = −cos 60° = −1/2, sin 150° = 1/2, cos 135° = $-\sqrt{2}/2$.

Sinüsle açı bulurken dikkat: sin B = 1/2 ise B = 30° **veya** B = 150° olabilir, çünkü ikisinin sinüsü aynıdır. Hangisinin mümkün olduğuna iki kontrolle karar ver: (1) A + B < 180° olmalı, (2) büyük kenarın karşısında büyük açı olmalı. Kosinüs ise bu belirsizliği yaşatmaz: cos negatifse açı geniştir.

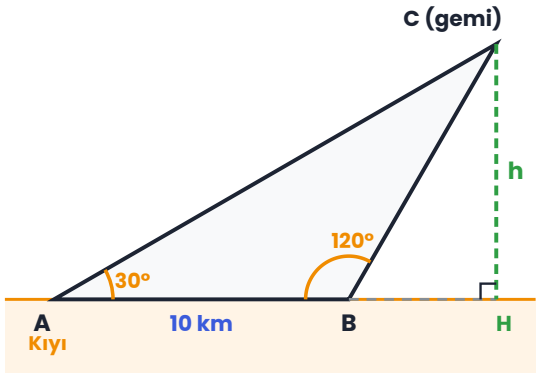
Açının türü (hesap yapmadan): a^2 ile $b^2 + c^2$'yi karşılaştır. Büyükse A geniş, eşitse dik, küçükse dar. Bu, kosinüs teoreminde cos A'nın işaretinden gelir.



A ile B arasında göl var; uzaklık C noktasından ölçülen iki kenar ve aradaki açıyla bulunur.

Zor Örnek 11a (Ölçülemeyen uzaklık). Bir gölün iki ucundaki A ve B noktaları arasındaki uzaklığı bulmak için göl dışında bir C noktası seçiliyor: |CA| = 150 m, |CB| = 80 m ve m(ACB) = 60° ölçülüyor. |AB| kaç metredir?

60° açı, ölçülen iki kenarın **arasında** => kosinüs teoremi:
$|AB|^2 = 150^2 + 80^2 - 2\cdot150\cdot80\cdot\cos 60° = 22\,500 + 6400 - 12\,000 = 16\,900$ => **|AB| = 130 m**.



B'deki açı geniş olduğu için C'den kıyıya inen dikme üçgenin dışına, [AB]'nin uzantısına düşer.

Zor Örnek 11b (Gemi problemi). Kıyıdaki A ve B gözlem noktaları arası 10 km'dir. Bir C gemisi için m(CAB) = 30° ve m(ABC) = 120° ölçülüyor. a) |BC| ve |AC| kaç km'dir? b) Gemi kıyı çizgisine (AB doğrusuna) kaç km uzaklıktadır?

a) m(C) = 180° − 30° − 120° = 30° = m(A) => üçgen ikizkenar, **|BC| = |AB| = 10 km**. Sinüs teoremi: |AC| / sin 120° = 10 / sin 30° => $|AC| = 20\cdot\sqrt{3}/2 = \mathbf{10\sqrt{3}\ km}$.
b) Dikme H'ye iner; ACH dik üçgeninde $h = |AC|\cdot\sin 30° = \mathbf{5\sqrt{3} \approx 8{,}66\ km}$. (Kontrol: BCH'de m(CBH) = 60°, $h = 10\cdot\sin 60° = 5\sqrt{3}$.)

Zor **Örnek 11c (iki olasılık).** ABC üçgeninde a = 6 cm, m(A) = 30° ve b = $6\sqrt{2}$ cm'dir. B açısının alabileceği değerleri ve her durumda C açısını bul.

Sinüs teoremi: 6 / sin 30° = $6\sqrt{2}$ / sin B => sin B = $6\sqrt{2}\cdot(1/2)/6 = \sqrt{2}/2$. Buna göre B = 45° **veya** B = 135°.
Kontrol: b > a olduğundan B > A = 30° olmalı; ikisi de uygun. 30° + 135° = 165° < 180° olduğundan ikinci üçgen de vardır.
B = 45° ise C = 105°; **B = 135° ise C = 15°**. Bu verilerle iki farklı üçgen çizilebilir.

T Tuzak

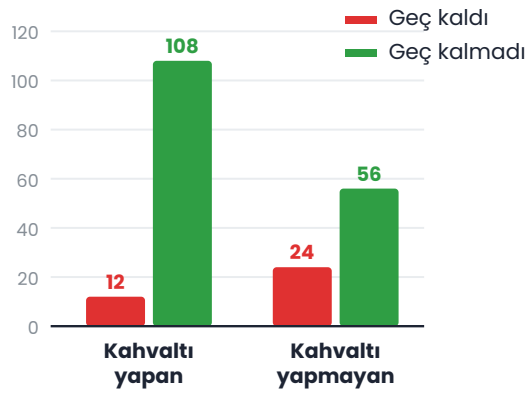
- İşlem önceliği: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cdot\cos A$'da önce **2bc·cos A** hesaplanır, sonra çıkarılır. $(b^2 + c^2 - 2bc)\cdot\cos A$ yazmak çok sık yapılan hatadır.
- cos 120° = 1/2 almak. Geniş açının kosinüsü **negatiftir**: cos 120° = -1/2, bu yüzden $-2bc\cdot\cos 120°$ terimi **+bc** olur.
- sin B = $\sqrt{2}/2$ bulunca sadece 45° yazıp 135° olasılığını kontrol etmemek.

5. İki Kategorik Değişkenli Veriler

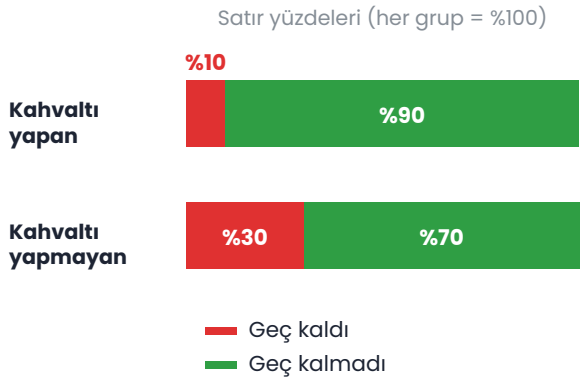
10.2.1 · Çapraz tablo, satır/sütun yüzdeleri, ilişkililik (Senaryo 1–3)

Kategorik değişken, sayı değil **grup/etiket** alan değişkendir (evet/hayır, şube, tercih gibi). İki kategorik değişken birlikte incelenirken veriler **iki yönlü (çapraz) tabloda** özetlenir. Örnek: Bir okulda 200 öğrenciye "Kahvaltı yaptın mı?" ve "Derse geç kaldın mı?" diye sorulmuş.

	Geç kaldı	Geç kalmadı	Toplam
Kahvaltı yapan	12	108	**120**
Kahvaltı yapmayan	24	56	**80**
Toplam	**36**	**164**	**200**



Gruplanmış sütun grafiği (sayılar). Grupların büyüklüğü farklı olduğu için sadece sayılara bakıp karar verilmez.



%100 yığılmış sütun: Geç kalma oranı kahvaltı yapmayanlarda 3 kat daha yüksek => iki değişken arasında ilişki var.

Soru	Hesap	Cevap
Kahvaltı yapanların yüzde kaçı geç kaldı? (satır yüzdesi)	12 / 120	**%10**
Kahvaltı yapmayanların yüzde kaçı geç kaldı? (satır yüzdesi)	24 / 80	**%30**
Geç kalanların yüzde kaçı kahvaltı yapmamış? (sütun yüzdesi)	24 / 36	**yaklaşık %66,7**

İlişkililik yorumu: Gruplardaki oranlar birbirine yakınsa değişkenler arasında ilişki yoktur denir; belirgin şekilde farklıysa ilişki vardır. Burada %10 ile %30 belirgin şekilde farklı => **kahvaltı yapma ile geç kalma arasında ilişki var.** Ama bu, kahvaltının geç kalmaya **neden** olduğunu kanıtlamaz; ikisini de etkileyen başka bir durum (ör. geç uyanmak) olabilir.

Taktik: Gruplar farklı büyüklükteyse **sayıları değil yüzdeleri** karşılaştır. Soruyu okurken "...**ların** yüzde kaçı" ifadesindeki grup, paydaya yazacağın toplamdır: "Kahvaltı yapmayan**ların** yüzde kaçı" => payda 80.

! Sık yapılan hatalar

- Satır yüzdesi ile sütun yüzdesini karıştırmak: "Kahvaltı yapmayanların %30'u geç kaldı" ile "Geç kalanların %66,7'si kahvaltı yapmamış" farklı ifadelerdir.
- İlişki gördüğünde neden-sonuç olduğunu söylemek.

D Derinleşelim: İlişki olmasaydı tablo nasıl olurdu?

"İlişki yok" ne demek? Bir değişkenin grupları arasında diğer değişkenin oranı aynıysa. Kahvaltı örneğinde 200 öğrencinin 36'sı (%18) geç kalmış. İlişki olmasaydı kahvaltı yapan 120 öğrencinin de %18'i, yani 120·36/200 = **21,6** kişi; yapmayan 80 öğrencinin %18'i, yani **14,4** kişi geç kalırdı. Gerçekte 12 ve 24 kişi. Gözlenen değerler beklenenden çok uzak => ilişki var.

Genel kural: İlişki yoksa bir hücrede beklenen sayı = (satır toplamı × sütun toplamı) / genel toplam. Gerçek tablo bu beklenen tabloya yakınsa ilişki zayıf ya da yoktur.

Üç farklı yüzde: genel yüzde (payda: genel toplam), satır yüzdesi (payda: satır toplamı), sütun yüzdesi (payda: sütun toplamı). Soru cümlesindeki "...**ların** yüzde kaçı" ifadesi paydayı söyler.

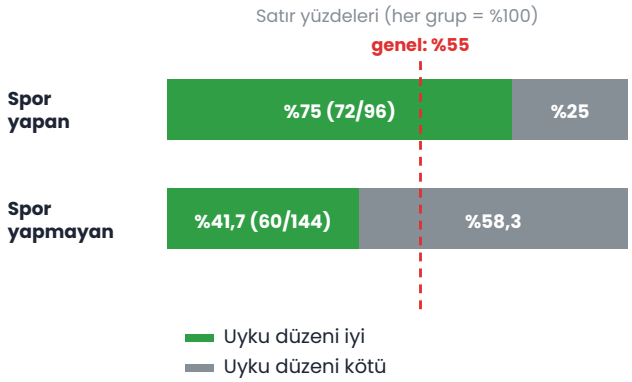
Grafik seçimi: Gruplanmış sütun grafiği sayıları, %100 yığılmış sütun grafiği oranları karşılaştırmak içindir. Grup büyüklükleri farklıysa ilişkiyi %100 yığılmış grafikte gör.

Kolay **Örnek 12 (Genel yüzde).** Kahvaltı tablosuna göre öğrencilerin yüzde kaçı hem kahvaltı yapmamış hem de geç kalmıştır?

Payda genel toplam: 24 / 200 = **%12**. (Bu, satır yüzdesi %30 ve sütun yüzdesi %66,7 ile karıştırılmamalı.)

Orta **Örnek 13 (Bir yorumu değerlendirme).** Bir okulda kursa giden 50 öğrenciden 45'i, kursa gitmeyen 150 öğrenciden 60'ı sınavı geçmiştir. Bir öğrenci "Sınavı geçenlerin çoğu (60 kişi) kursa gitmemiş, demek ki kursun sınavla ilişkisi yok." diyor. Bu yorumu değerlendir.

Yorum **hatalı**: Grupların büyüklükleri çok farklı (50 ve 150) olduğu için sayılar değil satır yüzdeleri karşılaştırılmalı. Kursa gidenlerde geçme oranı 45/50 = **%90**, gitmeyenlerde 60/150 = **%40**. Oranlar belirgin şekilde farklı => **ilişki vardır**. (Geçenlerin sadece 45/105 ≈ %42,9'unun kursa gitmiş olması, kursa giden öğrencinin az olmasından kaynaklanır.) Yine de bu, kursun başarıya neden olduğunu tek başına kanıtlamaz.



Kesikli çizgi tüm öğrencilerdeki oran (132/240 = %55). İlişki olmasaydı iki çubuk da bu çizgide bölünürdü.

	Uyku iyi	Uyku kötü	Toplam
Spor yapan	72	24	**96**
Yapmayan	60	84	**144**
Toplam	**132**	**108**	**240**

Örnek 14'ün tamamlanmış tablosu

Zor **Örnek 14 (Eksik tablo).** 240 öğrencilik bir ankette öğrencilerin %40'ı düzenli spor yapıyor. Spor yapanların %75'inin uyku düzeni iyi. Uyku düzeni iyi olan toplam 132 öğrenci var. a) Çapraz tabloyu tamamla. b) Spor ile uyku düzeni arasındaki ilişkiyi yüzdelerle yorumla. c) Uyku düzeni iyi olanların yüzde kaçı spor yapıyor? d) İlişki olmasaydı spor yapanlardan kaçının uyku düzeni iyi olurdu?

a) Spor yapan: 240·0,40 = 96; bunların uykusu iyi: 96·0,75 = 72, kötü: 24. Yapmayan: 144; uykusu iyi: 132 - 72 = 60, kötü: 84.
b) Satır yüzdeleri: spor yapanlarda %75, yapmayanlarda 60/144 ≈ **%41,7**. Belirgin fark => **ilişki var** (neden-sonuç kanıtı değil).
c) Sütun yüzdesi: 72/132 ≈ **%54,5**.
d) Beklenen = 96·132/240 = **52,8** kişi. Gözlenen 72 çok daha fazla, bu da ilişkiyi destekler.

T Tuzak

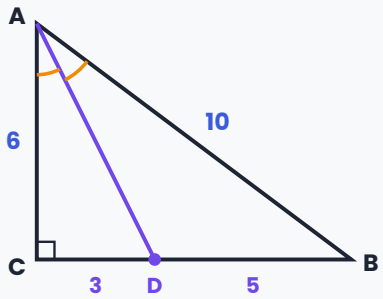
- Payda karışıklığı: "Spor yapanların yüzde kaçı" => 96; "uykusu iyi olanların yüzde kaçı" => 132; "öğrencilerin yüzde kaçı hem ... hem ..." => 240. Paydayı yanlış seçen tüm puanı kaybeder.
- Yüzdesi verilen grubu yanlış seçmek: "Spor yapanların %75'i" bilgisi satır içindir; 240'ın %75'i değildir.
- "İlişki var" ile "neden oluyor" aynı şey değildir; yorum sorusunda bu cümleyi eklemek puan kazandırır.

90+ Atölyesi

Kazanımları birleştiren zor sorular. Önce kendin dene, sonra çözüme bak.

Zor **Atölye 1 (Trigonometri + açıortay).** ABC dik üçgeninde m(C) = 90°, |AC| = 6 cm, |BC| = 8 cm ve [AD], A açısının açıortayıdır (D ∈ [BC]). a) |DC| ve |BD| kaçtır? b) tan(DAC) ve |AD| kaçtır? c) sin(BAD) değerini bul.

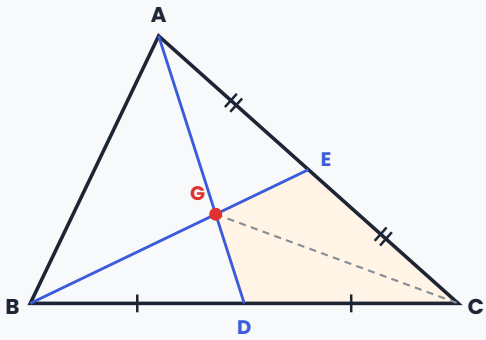
a) |AB| = √(36 + 64) = 10. Açıortay teoremi: |BD|/|DC| = |AB|/|AC| = 10/6 = 5/3 => |BC| = 8 cm, 5 + 3 = 8 parçaya bölünür, 1 parça = 1 cm => **|BD| = 5 cm, |DC| = 3 cm**.
b) ADC dik üçgeninde tan(DAC) = |DC|/|AC| = 3/6 = **1/2**; |AD| = √(36 + 9) = √45 = **3√5 cm**.
c) Açıortay olduğu için m(BAD) = m(DAC): sin(BAD) = sin(DAC) = 3 / (3√5) = 1/√5 = **√5/5**.



Puan kaybettiren nokta: BAD üçgeni dik değildir; sin(BAD)'yi BAD üçgeninin kenarlarından okumaya çalışmak. Eş açının dik üçgen olan DAC'deki sinüsü kullanılmalı.

Zor **Atölye 2 (Ağırlık merkezi + alan).** ABC üçgeninde [AD] ve [BE] kenarortaylar, G ağırlık merkezi ve A(ABC) = 72 cm²'dir. a) A(GDC) b) GDCE dörtgeninin alanı c) A(ABG) kaçtır?

[CG] çizilince üç kenarortay üçgeni alanı eşit 6 parçaya böler: 72/6 = 12 cm².
a) GDC tek parça: **12 cm²**. b) GDCE = GDC + GCE = **24 cm²**. c) ABG iki parça (AGF + FGB, F: [AB]'nin orta noktası): **24 cm²**.



Puan kaybettiren nokta: Üçüncü kenarortayı ([CG]) çizmeden dörtgeni tek parça sanmak. Eksik doğruyu çizip altı eşit parçayı görmek gerekir.

Zor **Atölye 3 (Kosinüs + alan + sinüs).** Kenarları 7 cm, 8 cm ve 13 cm olan bir üçgende a) en büyük açıyı b) alanı c) en uzun kenara ait yüksekliği d) çevrel çemberin yarıçapını bulunuz.

a) En büyük açı en uzun kenarın (13) karşısında: 169 = 49 + 64 - 2·7·8·cos C => cos C = -56/112 = -1/2 => **C = 120°**.
b) Alan = ½·7·8·sin 120° = 28·√3/2 = **14√3 cm²**. c) 13·h/2 = 14√3 => **h = 28√3/13 cm**. d) 2R = 13 / sin 120° = 26/√3 => **R = 13√3/3 cm**.

Puan kaybettiren nokta: cos C = -1/2 bulunca açıyı 60° yazmak. Kosinüs negatifse açı geniştir.

Zor **Atölye 4 (Sinüs teoremi, geniş açı).** ABC üçgeninde a = 6 cm, m(A) = 30°, b = $6\sqrt{3}$ cm ve B geniş açıdır. a) B ve C açılarını b) c kenarını c) üçgenin alanını bulunuz.

a) 6 / sin 30° = $6\sqrt{3}$ / sin B => sin B = $\sqrt{3}/2$ => B = 60° veya 120°; B geniş => **B = 120°**, **C = 30°**.
b) m(A) = m(C) => ikizkenar, **c = a = 6 cm**. (Kosinüsle kontrol: $b^2 = 36 + 36 - 72\cdot\cos 120° = 108$ => b = $6\sqrt{3}$.)
c) Alan = ½·a·b·sin C = ½·6·$6\sqrt{3}$·½ = **$9\sqrt{3}$ cm²**.

Puan kaybettiren nokta: "B geniş" bilgisini kullanmadan B = 60° almak; o zaman bulunan c ve alan da yanlış olur.

Zor **Atölye 5 (Alan değişimi + denklem).** Bir üçgenin tabanı 3 cm artırılırsa (yükseklik aynı) alanı 6 cm² artıyor; yüksekliği 2 cm artırılırsa (taban aynı) alanı 10 cm² artıyor. a) Taban, yükseklik ve alan kaçtır? b) Taban %20 artırılıp yükseklik %25 azaltılırsa yeni alan kaç cm² olur? Alan yüzde kaç değişir?

a) Taban b, yükseklik h: (b + 3)h/2 - bh/2 = 3h/2 = 6 => **h = 4 cm**. b(h + 2)/2 - bh/2 = b = 10 => **b = 10 cm**. Alan = 10·4/2 = **20 cm²**.
b) Çarpan 1,2 · 0,75 = 0,9 => yeni alan **18 cm²**, alan **%10 azalır**.

Puan kaybettiren nokta: Artışın sadece eklenen parçaya bağlı olduğunu görmemek: taban 3 artınca alan 3·h/2 artar.

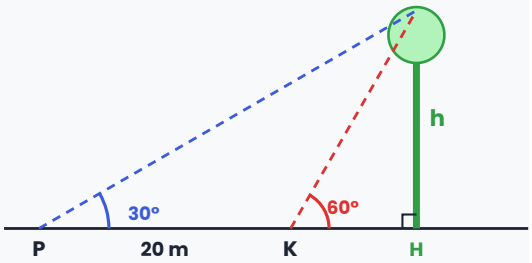
Zor **Atölye 6 (Kategorik veri, ilişkisizlik koşulu).** 10-A şubesindeki 30 öğrencinin 12'si, 10-B şubesindeki 25 öğrencinin bir kısmı matematik kulübüne katılmak istiyor. a) Şube ile kulüp isteği arasında hiç ilişki olmaması için 10-B'den kaç öğrencinin istemesi gerekir? b) Gerçekte 10-B'den 15 öğrenci istiyor. İlişkiyi yorumlayınız. c) Kulübe katılmak isteyenlerin yüzde kaçı 10-B'dendir?

a) İlişki yoksa oranlar eşit: 10-A'da 12/30 = %40 => 10-B'de 25·0,40 = **10 öğrenci**.
b) 10-B'de 15/25 = %60, 10-A'da %40 => oranlar farklı, **ilişki var**: 10-B'de istek daha yüksek.
c) İsteyen toplam 12 + 15 = 27 => 15/27 ≈ **%55,6** (sütun yüzdesi).

Puan kaybettiren nokta: a şıkkında "ilişki yok" koşulunu sayı eşitliği (12 kişi) sanmak. Eşit olması gereken sayılar değil, **oranlardır**.

Zor **Atölye 7 (Yükseklik ölçme).** Düz bir zeminde bir ağacın tepesi P noktasından 30°'lik, ağaca doğru 20 m yürüyerek gelinen K noktasından 60°'lik açıyla görülüyor. Ağacın boyunu ve K noktasının ağaca uzaklığını bulunuz. ($\sqrt{3} \approx 1{,}73$)

m(PTK) = 60° − 30° = 30° = m(TPK) ⇒ PKT ikizkenar, |KT| = |PK| = 20 m.
KHT dik üçgeninde: h = 20·sin 60° = **$10\sqrt{3} \approx 17{,}3$ m**, |KH| = 20·cos 60° = **10 m**.
(Diğer yol: tan 30° = h/(x + 20), tan 60° = h/x ⇒ x = 10, h = $10\sqrt{3}$.)



Puan kaybettiren nokta: KPT üçgenindeki dış açı ilişkisini (60° = 30° + m(PTK)) görmeyip tek dik üçgende iki bilinmeyenle kalmak.

Prova 1 – Temel

40 dakika · 7 açık uçlu soru · 100 puan. Önce kendin çöz, sonra cevap anahtarına bak.

Soru 1 (15 puan). ABC dik üçgeninde m(C) = 90°, |AB| = 17 cm ve |BC| = 8 cm'dir. sin A, cos A, tan A ve cot A değerlerini bulunuz.

Soru 2 (15 puan). $\sin^2 35° + \sin^2 55° + \tan 20° \cdot \tan 70° - 2\cdot\cos 60°$ ifadesinin değerini, kullandığınız özdeşlikleri belirterek bulunuz.

Soru 3 (15 puan). ABC üçgeninde [AD] iç açıortaydır. |AB| = 8 cm, |AC| = 12 cm ve |BC| = 15 cm ise |BD| ve |DC| uzunluklarını bulunuz.

Soru 4 (10 puan). a) ABC üçgeninde G ağırlık merkezi ve [AD] kenarortay, |AD| = 18 cm ise |AG| kaç cm'dir? b) Hipotenüsü 26 cm olan dik üçgende hipotenüse ait kenarortay kaç cm'dir?

Soru 5 (15 puan). Bir üçgenin tabanı %25 artırılıp bu tabana ait yüksekliği %20 azaltılıyor. a) Alan nasıl değişir? Gerekçesiyle açıklayınız. b) Tabanı sabit kalan bir üçgenin tepe noktası tabana paralel bir doğru üzerinde hareket ederse alanı nasıl değişir? Açıklayınız.

Soru 6 (15 puan). a) ABC üçgeninde b = 3 cm, c = 5 cm ve m(A) = 120° ise a kenarını bulunuz. b) Bir üçgende m(B) = 30° ve b = 4 cm ise çevrel çemberin yarıçapını bulunuz.

Soru 7 (15 puan). 150 öğrenciye "Düzenli kitap okuyor musun?" ve "Son denemede paragraf netin arttı mı?" diye sorulmuş: Okuyan 60 öğrenciden 42'sinin, okumayan 90 öğrenciden 27'sinin neti artmış.
a) Çapraz tabloyu oluşturunuz. b) Her grup için netinde artış olanların yüzdesini bulunuz ve iki değişkenin ilişkisini yorumlayınız. c) Netinde artış olanların yüzde kaçı kitap okuyor?

Prova 1 – Cevap Anahtarı ve Puanlama

1) |AC| = $\sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15$ *(5 puan)*. sin A = **8/17**, cos A = **15/17**, tan A = **8/15**, cot A = **15/8** *(her biri 2,5 puan)*

2) sin 55° = cos 35° => $\sin^2 35° + \cos^2 35° = 1$ *(5 puan)*; tan 70° = cot 20° => tan 20°·cot 20° = 1 *(5 puan)*; 2·cos 60° = 2·(1/2) = 1 *(3 puan)*. Sonuç: 1 + 1 - 1 = **1** *(2 puan)*

3) |BD| / |DC| = 8 / 12 = 2 / 3 *(7 puan)*; 15 = 5 parça => 1 parça 3 cm => **|BD| = 6 cm, |DC| = 9 cm** *(8 puan)*

4) a) |AG| = (2/3)·18 = **12 cm** *(5 puan)* b) 26 / 2 = **13 cm** *(5 puan)*

5) a) Yeni alan = (1,25·taban)·(0,8·yükseklik)/2 = 1·eski alan => **alan değişmez** *(9 puan)* b) Taban ve yükseklik (iki paralel doğru arası uzaklık) değişmez => **alan sabit kalır** *(6 puan)*

6) a) $a^2 = 9 + 25 - 2·3·5·\cos 120° = 34 - 30·(-1/2) = 49$ => **a = 7 cm** *(9 puan)* b) 2R = b / sin B = 4 / (1/2) = 8 => **R = 4 cm** *(6 puan)*

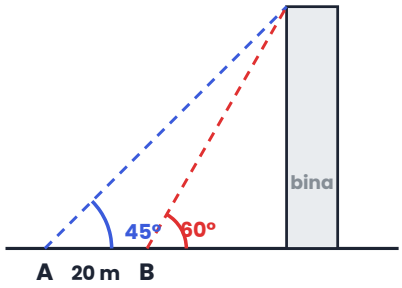
7) a) Tablo: Okuyan 42 artış / 18 artış yok (60); okumayan 27 / 63 (90); toplam 69 / 81 (150) *(5 puan)*
b) Okuyanlar: 42/60 = **%70**; okumayanlar: 27/90 = **%30**. Oranlar belirgin şekilde farklı => değişkenler arasında **ilişki var**; ancak bu bir neden-sonuç kanıtı değildir *(6 puan)*
c) 42 / 69 ≈ **%60,9** (sütun yüzdesi) *(4 puan)*

Prova 2 – 90+ Zorluk

40 dakika · 6 açık uçlu soru · 100 puan. Her adımı yazarak çöz.

Soru 1 (15 puan). x dar açı ve tan x = 2'dir. a) sin x ve cos x değerlerini paydası rasyonel olacak şekilde bulunuz. b) (3 sin x - cos x) / (sin x + 2 cos x) ifadesinin değerini bulunuz. c) sin x · cos x kaçtır?

Soru 2 (15 puan). Bir binanın tepesi, düz zemindeki A noktasından 45°'lik açıyla görülüyor. Binaya doğru 20 m yürünerek gelinen B noktasından ise tepe 60°'lik açıyla görülüyor. Binanın yüksekliğini en sade biçimde bulunuz ve yaklaşık değerini yazınız. ($\sqrt{3} \approx 1{,}732$)



Soru 3 (15 puan). ABC üçgeninde |AB| = 9 cm, |AC| = 12 cm, |BC| = 14 cm; [AD] iç açıortay, [AE] kenarortay (D, E ∈ [BC]) ve G ağırlık merkezidir. A(ABC) = S olmak üzere a) |BD| ve |DE| uzunluklarını b) A(ADE)'yi c) A(GDE)'yi S cinsinden bulunuz.

Soru 4 (15 puan). a) Bir üçgenin tabanı %30 artırılıp yüksekliği %30 azaltılırsa alanı nasıl değişir? Gerekçelendiriniz. b) Alanın değişmemesi için taban %60 artırılırsa yükseklik yüzde kaç azaltılmalıdır? c) Tabanı 10 m olan üçgen şeklindeki bir arsanın yüksekliği 3 m artırılırsa alanı kaç m² artar? Bu artışın başlangıçtaki yüksekliğe bağlı olup olmadığını açıklayınız.

Soru 5 (20 puan). ABC üçgeninde |AB| = 5 cm, |AC| = 8 cm ve |BC| = 7 cm'dir. a) m(A)'yı bulunuz. b) Üçgenin alanını bulunuz. c) Çevrel çemberin yarıçapını bulunuz. d) [BC] kenarına ait yüksekliği bulunuz.

Soru 6 (20 puan). 200 öğrencilik bir okulda 80 öğrenci ödevlerini düzenli yapıyor. Matematik yazılısından 70 ve üzeri alan toplam 110 öğrenci var. Ödevini düzenli yapmayanların %40'ı 70 ve üzeri almış.
a) Çapraz tabloyu oluşturunuz. b) Her grupta 70 ve üzeri alanların yüzdesini bulunuz. c) 70 ve üzeri alanların yüzde kaçı ödevini düzenli yapıyor? d) Bir öğrenci "70 ve üzeri alanların sadece %56'sı ödev yapıyor; bu %50'ye çok yakın, demek ki ödev ile not arasında ilişki yok." diyor. Bu yorumu değerlendiriniz.

Prova 2 – Cevap Anahtarı ve Puanlama

1) a) Karşı 2, komşu 1 olan dik üçgen: hipotenüs = $\sqrt{5}$ *(2 puan)* => sin x = $2/\sqrt{5}$ = **$2\sqrt{5}/5$**, cos x = $1/\sqrt{5}$ = **$\sqrt{5}/5$** *(4 puan)* b) Pay ve paydayı cos x'e böl: (3 tan x - 1)/(tan x + 2) = 5/4 *(5 puan)* c) $(2/\sqrt{5})\cdot(1/\sqrt{5})$ = **2/5** *(4 puan)*

2) Yükseklik h, B'nin binaya uzaklığı x. tan 60° = h/x => x = h/√3; tan 45° = h/(x + 20) => x + 20 = h *(5 puan)*. h − h/√3 = 20 => h(√3 − 1)/√3 = 20 => h = 20√3/(√3 − 1) *(5 puan)*. Eşlenikle: h = 20√3(√3 + 1)/2 = 10(3 + √3) = **30 + 10√3 ≈ 47,32 m** *(5 puan)*

3) a) |BD|/|DC| = 9/12 = 3/4 => 14 = 7 parça => **|BD| = 6 cm**; |BE| = 7 => **|DE| = 1 cm** *(6 puan)* b) Ortak yükseklik: A(ADE) = S·1/14 = **S/14** *(5 puan)* c) |GE| = |AE|/3 olduğundan G'nin BC'ye uzaklığı A'nınkinin 1/3'ü => A(GDE) = (S/14)/3 = **S/42** *(4 puan)*

4) a) 1,3 · 0,7 = 0,91 => alan **%9 azalır**; artış ve azalış yüzdeleri eşit olsa da çarpanlar çarpılır *(5 puan)* b) 1,6 · k = 1 => k = 0,625 => **%37,5 azaltılmalı** *(5 puan)* c) A(h) = 10h/2 = 5h doğrusal => artış 5·3 = **15 m²**; artış yalnızca eklenen yüksekliğe bağlıdır, başlangıç yüksekliğine **bağlı değildir** *(5 puan)*

5) a) 49 = 25 + 64 − 2·5·8·cos A => cos A = 40/80 = 1/2 => **m(A) = 60°** *(6 puan)* b) Alan = ½·5·8·sin 60° = **10√3 cm²** *(5 puan)* c) 2R = 7 / sin 60° = 14/√3 => **R = 7√3/3 cm** *(5 puan)* d) 7·h/2 = 10√3 => **h = 20√3/7 cm** *(4 puan)*

6) a) *(6 puan)*

	70 ve üzeri	70 altı	Toplam
Ödev düzenli	62	18	**80**
Düzenli değil	48	72	**120**
Toplam	**110**	**90**	**200**

(120·0,40 = 48; 110 − 48 = 62.)
b) Düzenli: 62/80 = **%77,5**; düzenli değil: **%40** *(4 puan)* c) 62/110 ≈ **%56,4** *(3 puan)*

d) Yorum **hatalıdır** *(2 puan)*: %56,4 bir sütun yüzdesidir ve ödev yapanların az olmasından (%40) etkilenir *(2 puan)*. İlişki satır yüzdeleriyle karşılaştırılır: %77,5 ile %40 belirgin şekilde farklı => **ilişki vardır** *(2 puan)*. Bu ilişki tek başına neden-sonuç kanıtı değildir *(1 puan)*.

Son gün kontrol listesi (90+ hedefi)

- ☐ Bir oran verilince dik üçgen çizip diğer oranları buluyorum; 30°, 45°, 60° değerlerini özel üçgenlerden okuyabiliyorum.
- ☐ sin x + cos x gibi bir toplam verilince karesini alıp sin x · cos x'i bulabiliyorum; tümler açı ve sin² + cos² = 1 ile ifade sadeleştirebiliyorum.
- ☐ Kenarortayın alanı ikiye böldüğünü, üç kenarortayın 6 eş alan oluşturduğunu ve G'nin 2 : 1 oranını kullanabiliyorum.
- ☐ Açıortay teoreminde parçaları doğru eşliyor, açıortay ile kenarortay arasındaki uzaklığı bulabiliyorum.
- ☐ Ortak yükseklik => taban oranı kuralıyla iç içe alanları hesaplayabiliyor, yüzde değişimlerini çarpan olarak yazıyorum.
- ☐ Geniş açıda sin(180° − x) = sin x, cos(180° − x) = −cos x kullanıyor; sinüsle açı bulurken iki olasılığı kontrol ediyorum.
- ☐ Gerçek yaşam problemlerinde (yükseklik, göl, gemi) şekli çizip hangi teoremi kullanacağıma karar verebiliyorum.
- ☐ Çapraz tabloda eksik hücreleri tamamlıyor; genel, satır ve sütun yüzdesini ayırt ediyor; "ilişki yok" koşulunu oranlarla kuruyorum.
- ☐ Her cevapta kural, işlem, birim ve gerekçe yazıyorum.

Kaynak: MEB ÖDSGM konu soru dağılım tablosu 2026-2027