7. SINIF MATEMATİK · 1. DÖNEM 1. YAZILI · 90+ SÜRÜMÜ

Rasyonel Sayılar: Sayı Doğrusundan Gerçek Hayata

Bu notta 1. yazılıda sorumlu olduğun tüm konuları şekillerle, "Derinleşelim" kutularıyla ve zaman kazandıran taktiklerle bulacaksın. Her konuda örnekler **Kolay, Orta, Zor** diye merdiven gibi zorlaşır. Sonda kapsamı birleştiren bir **90+ Atölyesi** ve cevap anahtarlı **2 prova** (Temel ve 90+ Zorluk) var.

Sınav bilgisi ve kapsam

Matematik ortak yazılısı takvime göre **5 Kasım 2026**, süre **40 dakika**. Sorular açık uçlu. Tarihi okulundan mutlaka teyit et.

Kazanım	Konu	Soru sayısı
MAT.7.1.1	Doğal sayı, tam sayı ve rasyonel sayıları yorumlama	1–2
MAT.7.1.2	Rasyonel sayıların ondalık gösterimleri	1–2
MAT.7.1.3	Rasyonel sayıları karşılaştırma ve sıralama	1–2
MAT.7.1.4	Rasyonel sayılarla işlemler ve gerçek yaşam problemleri	0–2

Senaryo nedir? MEB 4 farklı soru dağılımı (senaryo) hazırladı; okulundaki matematik öğretmenleri bunlardan birini seçer. Hangi senaryonun seçildiğini öğretmenine sor, ama güvende olmak için tablodaki **bütün** konuları çalış. Kaynak: MEB ÖDSGM 7. sınıf konu soru dağılım tablosu.

Tam puan için cevap yazma

Yazılıdaki sorular açık uçlu: öğretmen sadece sonuca değil, **yazdığın yola** puan verir. Doğru sonucu bulup yolu göstermeyen öğrenci puan kaybeder; yolu doğru gösterip sonda küçük bir hata yapan öğrenci ise çoğu puanı alır.

Puan parçası	Öğretmenin baktığı şey
Veri	Sorudaki sayıları **doğru işaretle** aktardın mı? (düşüş, borç, deniz altı, eksi kat = negatif)
İşlem	Hangi işlemi neden yaptığın adım adım görünüyor mu? Sadece sonuç yazmak çoğu anahtarda birkaç puan getirir.
Sonuç	Kesir sadeleşmiş mi, ondalıkta virgül doğru yerde mi, devir çizgisi doğru rakamların üstünde mi?
Birim	°C, m, TL, L, kat... Birimsiz sonuç eksik sayılır.
Gerekçe	Soruda "açıkla, gerekçesiyle, neden, ne anlama gelir" varsa bir cümle yaz. Sıralamada istenen yönü (küçükten büyüğe) kontrol et.

Mini örnek: Bir dalgıç deniz seviyesinin 12,5 m altındadır. 4,75 m yükseliyor. Dalgıcın yeni konumunu bul ve ne anlama geldiğini yaz.

Zayıf cevap
12,5 - 4,75 = 7,75
İşaret yok, birim yok, yorum yok: "7,75 m yukarıda" gibi yanlış anlaşılır. Puanın yarısından azı.

Tam puanlık cevap
Başlangıç: -12,5 m (deniz altı negatif).
Yükselmek pozitif yön: -12,5 + 4,75 = **-7,75 m**.
Dalgıç deniz seviyesinin **7,75 m altındadır**.

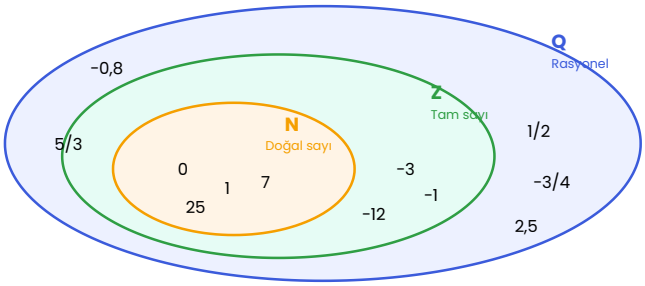
1. Sayı kümeleri: Doğal, tam ve rasyonel sayılar

MAT.7.1.1

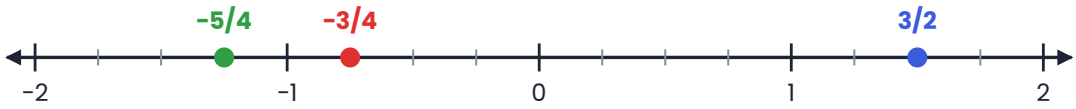
Doğal sayılar (N): 0, 1, 2, 3, ... Saymak için kullandığımız sayılar. **0 da bir doğal sayıdır.**

Tam sayılar (Z): ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ... Doğal sayılara negatif tam sayılar eklenir.

Rasyonel sayılar (Q): a ve b tam sayı, b ≠ 0 olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen tüm sayılar. Kesirler, ondalık gösterimler (0,25; -2,5) ve bütün tam sayılar rasyoneldir. Örneğin -4 = $\frac{-4}{1}$.



Şekil 1. Her doğal sayı bir tam sayıdır, her tam sayı da bir rasyonel sayıdır: N ⊂ Z ⊂ Q



Şekil 2. Her birimi 4 eş parçaya böl: -3/4, 0'ın 3 parça solunda; 3/2 ise 1'in 2 parça sağında.

KOLAY **Örnek 1: -7, 0, $\frac{3}{4}$, 12, -2,5, $\frac{8}{4}$, $-\frac{6}{3}$ sayılarını kümelere ayır.**

Sayı	Doğal	Tam	Rasyonel	Açıklama
-7	–	Evet	Evet	Negatif tam sayı
0	Evet	Evet	Evet	0 her üç kümede de var
3/4	–	–	Evet	Tam sayı değil
12	Evet	Evet	Evet	
-2,5	–	–	Evet	-2,5 = -5/2
8/4	Evet	Evet	Evet	8/4 = 2
-6/3	–	Evet	Evet	-6/3 = -2

Taktik: Kesirli bir sayıyı kümeye yerleştirmeden önce **sadeleştir**. 8/4 kesir gibi görünür ama aslında 2'dir, yani doğal sayıdır. Kesir görüp hemen "sadece rasyonel" yazmak en çok puan kaybettiren hatadır.

Sık yapılan hata

- "0 doğal sayı değildir" demek. 0 doğal sayıdır.
- "Negatif kesirler rasyonel değildir" sanmak. -3/4 de rasyoneldir.
- Sayı doğrusunda -3/4'ü -3 ile -4 arasına koymak. -3/4, -1 ile 0 arasındadır.

Derinleşelim: Bir sayı neden birden çok kümede olabilir?

- **Bir rasyonel sayının sonsuz yazılışı vardır:** -3/4 = -6/8 = -9/12 = -0,75. Eksi işareti paya, paydaya ya da kesrin önüne yazılabilir: -3/4 = (-3)/4 = 3/(-4).
- **Kesir ne zaman tam sayıdır?** Pay, paydanın tam katı ise (sadeleşince payda 1 olur): -18/6 = -3. Tam sayı negatif değilse aynı zamanda doğal sayıdır: -8/(-2) = 4.
- **Payda asla 0 olamaz:** 0/5 = 0 (doğal sayı), ama 5/0 **tanımsızdır**; hiçbir kümeye ait değildir. Çünkü "hangi sayıyı 0 ile çarparsam 5 olur?" sorusunun cevabı yoktur.
- **Arada sayı var mı?** -1 ile 0 arasında hiç tam sayı yoktur ama **sonsuz çok** rasyonel sayı vardır (-1/2, -1/3, -0,01...). İki rasyonel sayının tam ortası da rasyoneldir; bu yüzden aralarına her zaman yeni bir rasyonel sayı sığar.

ORTA **Örnek 2: Aşağıdaki ifadelerin doğru mu yanlış mı olduğunu yaz; yanlış olanların gerekçesini bir örnekle göster. a) Her tam sayı bir rasyonel sayıdır. b) -1 ile 0 arasında hiç rasyonel sayı yoktur. c) 0/9 bir doğal sayıdır. d) 9/0 bir rasyonel sayıdır. e) Her rasyonel sayı bir tam sayıdır.**

a) **Doğru**: her tam sayı paydası 1 olan bir kesirdir (-5 = -5/1).
b) **Yanlış**: -1/2 bu aralıktadır (aslında sonsuz çok rasyonel sayı var).
c) **Doğru**: 0/9 = 0 ve 0 bir doğal sayıdır.
d) **Yanlış**: payda 0 olamaz; 9/0 tanımsızdır.
e) **Yanlış**: 1/2 rasyoneldir ama tam sayı değildir.

ZOR **Örnek 3: Aşağıdaki sayı doğrusunda -2 ile 1 arası 12 eş parçaya bölünmüştür. a) A ve B noktalarının gösterdiği rasyonel sayıları bul. b) A ile B arasındaki çentiklerden hangileri tam sayı gösterir? c) A ile B'nin tam ortasındaki C noktası hangi sayıdır?**



Şekil 10. -2 ile 1 arası 12 eş parçaya bölünmüş sayı doğrusu (ara çentikler yazılmamış).

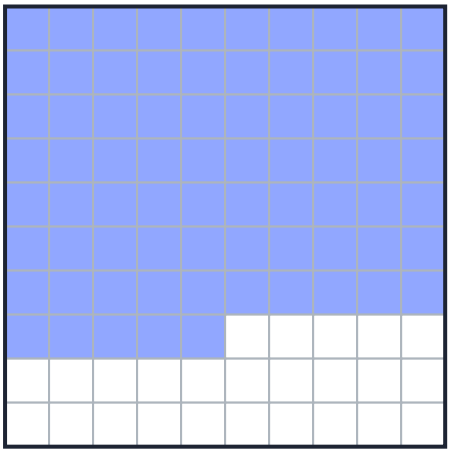
Bir parçanın uzunluğu: -2 ile 1 arası 1 - (-2) = 3 birim; 3 ÷ 12 = 1/4. Yani her çentik 1/4 artar.
a) A, -2'nin 3 parça sağında: -2 + 3/4 = **-5/4**. B, 10 parça sağında: -2 + 10/4 = -2 + 5/2 = **1/2**.
b) Tam sayılar 4 parçada bir gelir (4 · 1/4 = 1): 4. çentik -1, 8. çentik 0. A ile B arasında **-1 ve 0** tam sayıdır.
c) A ile B arası 7 parça = 7/4 birim; yarısı 7/8. C = -5/4 + 7/8 = -10/8 + 7/8 = **-3/8**.

Tuzak: Görünüşe aldanma. -8/(-2) kesirli ve eksili görünür ama değeri 4'tür: **doğal, tam ve rasyonel**. 0/5 ile 5/0'ı karıştırmak da sık hatadır: 0/5 = 0 doğal sayıdır, 5/0 tanımsızdır. Sayı doğrusu sorularında "bir parça = 1" sanmak en büyük tuzaktır: önce iki etiketli sayı arasındaki uzaklığı parça sayısına böl.

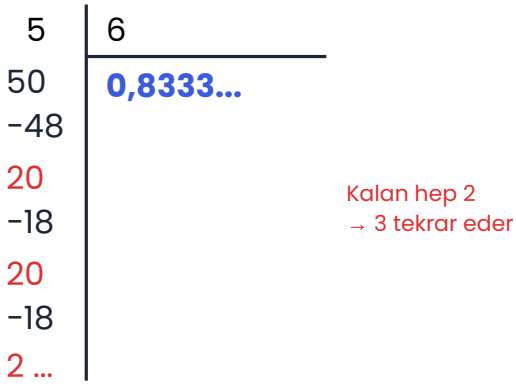
2. Rasyonel sayıların ondalık gösterimi

MAT.7.1.2

Her rasyonel sayının bir ondalık gösterimi vardır. Bulmak için **payı paydaya bölersin**. Bölme ya biter (sonlu ondalık gösterim) ya da bir rakam grubu sonsuza kadar tekrar eder (devirli ondalık gösterim).



Şekil 3. 3/4 = 75/100 = 0,75 → 100 kareden 75'i boyalı.



Şekil 4. 5 ÷ 6 bölmesinde aynı kalan (2) tekrar edince bölümdeki 3 de sonsuza kadar tekrar eder.

Rasyonel sayı	Bölme	Ondalık gösterim	Türü
3/8	3 ÷ 8	0,375	Sonlu
7/20	7 ÷ 20 (ya da 35/100)	0,35	Sonlu
2/3	2 ÷ 3	0,666... = $0,\overline{6}$	Devirli

5/6	5 ÷ 6	0,8333… = $0,8\overline{3}$	Devirli
7/11	7 ÷ 11	0,6363… = $0,\overline{63}$	Devirli
-4/15	-(4 ÷ 15)	-0,2666… = $-0,2\overline{6}$	Devirli

Devir çizgisi yalnızca tekrar eden rakamların üzerine çekilir. 0,8333… ifadesinde 8 tekrar etmez, sadece 3 tekrar eder: $0,8\overline{3}$.

KOLAY **Örnek 4: 9/40 sayısının ondalık gösterimini paydayı 10'un kuvvetine genişleterek bul.**

40 · 25 = 1000 olduğundan pay ve paydayı 25 ile genişlet: 9/40 = 225/1000 = **0,225**. Sonlu ondalık gösterim.

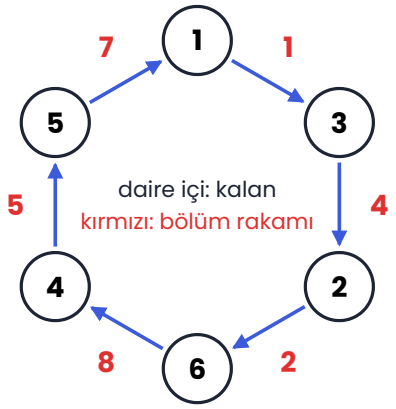
Taktik: Bölme yapmadan türünü tahmin et! Kesri sadeleştir ve paydaya bak. Paydanın asal çarpanları **sadece 2 ve 5** ise ondalık gösterim **sonludur** (8 = 2·2·2, 20 = 2·2·5, 40 = 2·2·2·5). Paydada 3, 7, 11 gibi başka bir asal çarpan varsa **devirlidir** (6 = 2·3, 15 = 3·5). Yazılıda cevabını kontrol etmek için harika bir yol.

Sık yapılan hata

- Devir çizgisini tekrar etmeyen rakamın üzerine de çekmek (0,8333… için $0,8\overline{33}$ yazmak yanlış).
- Bölmeye 2-3 basamak devam edip "tekrar ediyor mu?" diye kontrol etmeden bırakmak. Aynı kalan tekrar ettiğinde devri bulmuş olursun.
- Negatif kesirde eksi işaretini ondalık gösterime taşımayı unutmak.

Derinleşelim: Devir neden mutlaka oluşur?

- 5 ÷ 7 gibi bir bölmede her adımda kalan 0, 1, 2, …, 6 sayılarından biridir. Kalan 0 olursa bölme biter (**sonlu**). Olmazsa en fazla 6 adımda bir kalan **tekrar eder** ve o andan sonra her şey aynen tekrarlar (**devirli**). Bu yüzden paydası 7 olan bir kesrin devri en fazla 6 basamaklıdır.
- **Neden "2 ve 5" kuralı?** 10 = 2 · 5. Paydası yalnızca 2 ve 5 içeren bir kesir 10, 100, 1000'e genişletilebilir (3/8 = 375/1000). Paydada 3 varsa hiçbir 10, 100, 1000 o paydaya tam bölünmez.
- **Geri dönüş:** Sonlu ondalık gösterimi kesre çevirmek kolaydır: 0,375 = 375/1000 = 3/8.



Şekil 11. 1 ÷ 7 bölmesinde kalanlar sırayla 1, 3, 2, 6, 4, 5 olur ve yine 1'e döner; rakamlar 1, 4, 2, 8, 5, 7 de bu yüzden tekrar eder: $1/7 = 0,\overline{142857}$

ORTA **Örnek 5: 13/22 sayısının ondalık gösterimini bölme yaparak bul ve devir çizgisiyle yaz. Bölmeye başlamadan türünü tahmin et.**

Tahmin: 22 = 2 · 11; paydada 11 var => devirli olmalı.
Bölme: 130 ÷ 22 = 5 (kalan 20), 200 ÷ 22 = 9 (kalan 2), 20 ÷ 22 = 0 (kalan 20), 200 ÷ 22 = 9 (kalan 2)... Kalan 20 tekrar etti.
13/22 = 0,59090... = **$0,5\overline{90}$**. Devir çizgisi yalnızca tekrar eden "90"ın üstünde; 5 tekrar etmez.

ZOR **Örnek 6: a doğal sayı ve 1 ≤ a ≤ 20 olmak üzere a/60 kesrinin ondalık gösterimi sonlu olacak şekilde kaç farklı a vardır? Gerekçesiyle açıkla.**

60 = 2 · 2 · 3 · 5. Kesir sadeleştikten sonra paydada **3 kalmamalı**. Paydadaki 3'ün gitmesi için a'nın 3'ün katı olması gerekir.
1–20 arasındaki 3'ün katları: 3, 6, 9, 12, 15, 18 => **6 farklı a**.
Kontrol: 9/60 = 3/20 = 0,15 (sonlu); 10/60 = 1/6 = $0,1\overline{6}$ (devirli, çünkü 3 sadeleşmedi).

ZOR **Örnek 7: 3/7 sayısının ondalık gösteriminde virgülden sonraki 50. basamakta hangi rakam vardır? Nasıl bulduğunu açıkla.**

3 ÷ 7 = 0,428571428571... = $0,\overline{428571}$ => devir **6 basamaklı**.
Her 6 basamakta bir başa dönülür: 50 ÷ 6 = 8 (kalan 2). 48. basamakta 8. tur tamamlanır; 50. basamak yeni turun **2. rakamıdır**.
Devrin 2. rakamı: 4, **2**, 8, 5, 7, 1 => cevap **2**.

Tuzak: Kurala bakmadan önce **sadeleştir**. 21/30'un paydasında 3 var diye "devirli" deme: 21/30 = 7/10 = 0,7 (sonlu). Tersine 1/6'da paydada 2 var diye "sonlu" deme: 6 = 2 · 3 olduğu için devirlidir ($0,1\overline{6}$). Basamak sorularında devir virgülden hemen sonra başlamıyorsa ($0,58\overline{3}$ gibi) devir dışı rakamları ayrıca saymayı unutma.

3. Rasyonel sayıları karşılaştırma ve sıralama

MAT.7.1.3

Sayı doğrusunda **sağdaki sayı daha büyüktür**. Karşılaştırma için 4 yolun var: sayı doğrusu, paydaları eşitlemek, payları eşitlemek ve hepsini ondalık gösterime çevirmek.



Şekil 5. Sayı doğrusunda sağa gittikçe sayılar büyür: -1 < -0,7 < -2/3 < 1/4 < 0,3

KOLAY **Örnek 8: -2/3, -0,7, 1/4, 0,3 ve -1 sayılarını küçükten büyüğe sırala.**

1. adım: Hepsini ondalık gösterime çevir: -2/3 = -0,666..., 1/4 = 0,25.
2. adım: Negatifleri ve pozitifleri ayır. Negatifler: -1; -0,7; -0,666... Mutlak değeri büyük olan negatif sayı **daha küçüktür**: -1 < -0,7 < -0,666...
3. adım: Pozitifler: 0,25 < 0,3.
Cevap: -1 < -0,7 < -2/3 < 1/4 < 0,3

ORTA **Örnek 9: -3/5 ile -4/7 sayılarını karşılaştır.**

Paydaları eşitle (35): -3/5 = -21/35, -4/7 = -20/35. Pozitif olsalardı 21/35 büyük olurdu; negatif oldukları için tersine döner: -21/35 < -20/35. **Cevap: -3/5 < -4/7**



Şekil 6. Pay ile payda farkı aynı (1) olan kesirler: tamamlamak için gereken parça küçüldükçe kesir büyür.

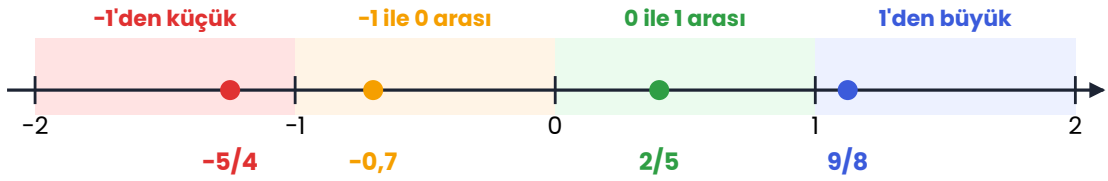
Taktik 1 (negatifler ayna gibidir): İki negatif sayıyı önce eksi işaretleri yokmuş gibi karşılaştır, sonra sonucu ters çevir. 3/5 > 4/7 olduğundan -3/5 < -4/7.
Taktik 2 (pay-payda farkı): 1'den küçük pozitif kesirlerde pay ile payda arasındaki fark aynıysa, sayıları büyük olan kesir daha büyüktür: 7/8 > 5/6, 99/100 > 9/10.
Taktik 3 (1 ile kıyasla): Biri 1'den büyük, diğeri küçükse hesap yapmana gerek yok: 9/8 > 1 > 11/12.

Sık yapılan hata

- -1/2 > -1/3 sanmak. Sayı doğrusunda -1/2 daha soldadır, yani -1/2 < -1/3.
- Sıralamada "küçükten büyüğe" mi "büyükten küçüğe" mi istendiğini okumamak.
- Cevapta sayıların ondalık hâlini yazıp orijinal hâlini (-2/3 gibi) yazmamak. Soruda nasıl verildiyse öyle sırala.

Derinleşelim: Karşılaştırma yolları neden çalışır?

- **Çapraz çarpım:** Paydalar pozitifken a/b ile c/d'yi karşılaştırmak, a · d ile c · b'yi karşılaştırmak demektir. Bu aslında paydaları b · d'de eşitlemenin kısa yoludur. Payda negatif yazılmışsa (3/(-4)) önce eksiyi paya taşı.
- **Negatiflerde ayna:** -a ile a, sayı doğrusunda 0'a göre simetriktir. Bu yüzden pozitiflerdeki sıra negatiflerde **ters döner**.
- **Arasına sayı yazma:** İki kesrin arasına sayı sığdırmak için paydalarını **büyüt**: -2/3 = -40/60 ve -3/5 = -36/60 => arada -39/60, -38/60, -37/60 var.
- **Bölge yöntemi:** Önce sayıları "-1'den küçük, -1 ile 0 arası, 0 ile 1 arası, 1'den büyük" bölgelere ayır. Hesap sadece aynı bölgedeki sayılar için gerekir.



Şekil 12. Bölge yöntemi: önce her sayının hangi bölgede olduğunu bul. Farklı bölgedeki sayılar hesapsız sıralanır.

ZOR **Örnek 10: a = -2/3 olmak üzere a, a · a, a · a · a, 1 ÷ a ve -a sayılarını küçükten büyüğe sırala. Her birinin değerini göstererek açıkla.**

a · a = (-2/3) · (-2/3) = 4/9 (iki negatif => pozitif)
a · a · a = 4/9 · (-2/3) = -8/27 (üç negatif => negatif)
1 ÷ a = 1 · (-3/2) = -3/2 · -a = 2/3
Bölgeler: -3/2 < -1 (en küçük); -2/3 ve -8/27, -1 ile 0 arasında; 4/9 ve 2/3, 0 ile 1 arasında.
-2/3 ≈ -0,67 ve -8/27 ≈ -0,30 => -2/3 < -8/27. 4/9 ≈ 0,44 < 2/3 ≈ 0,67.
Cevap: 1 ÷ a < a < a · a · a < a · a < -a, yani -3/2 < -2/3 < -8/27 < 4/9 < 2/3.

ZOR **Örnek 11: -2/3 ile -3/5 arasında bulunan ve paydası 60 olan bütün rasyonel sayıları yaz. Bunlardan en büyüğü hangisidir?**

Paydaları 60 yap: -2/3 = -40/60, -3/5 = -36/60. (Önce hangisi büyük? 40/60 > 36/60 olduğundan -40/60 < -36/60.)
Arada kalan paylar: -39, -38, -37 => **-39/60, -38/60, -37/60** (sadeleşmiş hâlleri: -13/20, -19/30, -37/60).
En büyüğü 0'a en yakın olan: **-37/60**.

Tuzak: Ondalıkta basamak sayısına aldanma: -0,45 ile -0,5'i karşılaştırırken "45 > 5" deyip -0,45 < -0,5 yazmak yanlış. Basamakları eşitle: -0,50 < -0,45. "Arasında" sorularında uç sayılar dahil değildir: -40/60 ve -36/60'ı cevaba yazma.

4. Rasyonel sayılarla işlemler ve problemler

MAT.7.1.4

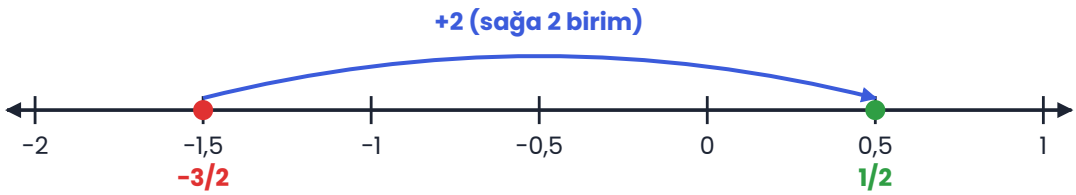
Çarpma ve bölmede işaret	
(+) · (+)	(+)
(-) · (-)	(+)
(+) · (-)	(-)
(-) · (+)	(-)

Bölmede de aynı kural geçerlidir.

Toplama ve çıkarma: Paydaları eşitle, payları topla/çıkar. **Çıkarma = ters işaretlisini toplama:** 2 - (-3) = 2 + 3 = 5.

Çarpma: Pay ile pay, payda ile payda çarpılır. **Bölme:** Birinci aynen yazılır, ikinci ters çevrilip çarpılır.

İşlem önceliği: Parantez → çarpma/bölme (soldan sağa) → toplama/çıkarma (soldan sağa).



Şekil 7. -3/2 + 2: -3/2'den başla, pozitif sayı eklerken sağa git → 1/2

KOLAY **Örnek 12: (-2/3) + 5/6**

Payda 6: -4/6 + 5/6 = **1/6**

KOLAY **Örnek 13: (-3/4) · 8/9**

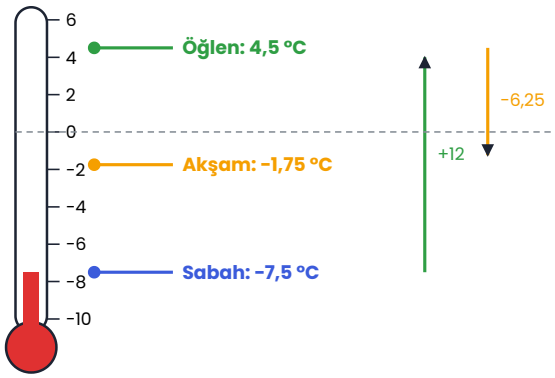
Önce sadeleştir: 4 ile 8 → 1 ve 2; 3 ile 9 → 1 ve 3. (-1·2)/(1·3) = **-2/3**

KOLAY **Örnek 14: (-1,5) ÷ 3/4**

-1,5 = -3/2. (-3/2) · 4/3 = -12/6 = **-2**

ORTA **Örnek 15: 1/2 - 3/4 · (-2/3)**

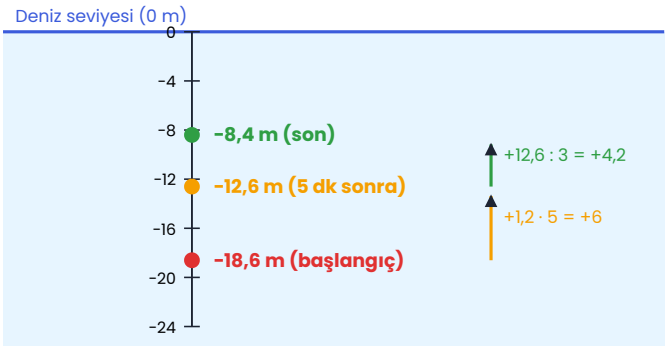
Önce çarpma: 3/4 · (-2/3) = -1/2. Sonra 1/2 - (-1/2) = 1/2 + 1/2 = **1**



Şekil 8. Artış = yukarı (+), düşüş = aşağı (-). Kesikli çizgi 0 °C.

ORTA **Örnek 16: Erzurum'da sabah sıcaklık -7,5 °C. Öğlene kadar 12 °C artıyor, akşam ise 6,25 °C düşüyor. Akşam sıcaklığı kaç derecedir?**

Öğlen: -7,5 + 12 = 4,5 °C
Akşam: 4,5 - 6,25 = **-1,75 °C**



Şekil 9. Deniz seviyesinin altı negatif; yükselmek pozitif yönde hareket demek.

ORTA **Örnek 17: Bir dalgıç deniz seviyesinin 18,6 m altında. Dakikada 1,2 m yükselerek 5 dakika çıkıyor, sonra bulunduğu derinliğin 1/3'ü kadar daha yükseliyor. Son konumu nedir?**

5 dakikada 1,2 · 5 = 6 m: -18,6 + 6 = -12,6 m
12,6 : 3 = 4,2 m daha: -12,6 + 4,2 = **-8,4 m**

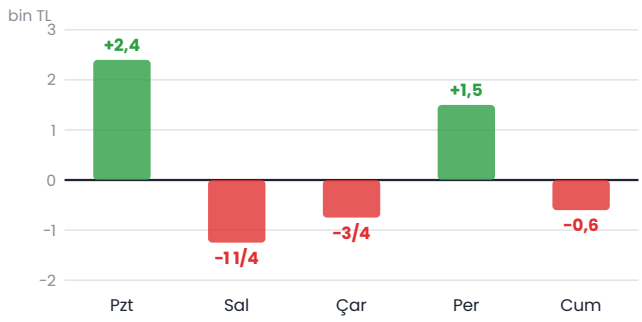
Taktik: Çarpma ve bölmede **önce işareti belirle**, sonra sayılarla uğraş: negatif çarpan sayısı çiftse sonuç pozitif, tekse negatiftir. Ardından çarpmadan önce **çapraz sadeleştir**; sayılar küçülür, hata ihtimali azalır. Problemlerde ondalık ve kesir karışık geliyorsa hepsini tek biçime çevir (0,25 = 1/4, 0,5 = 1/2, 0,75 = 3/4 gibi eşleri ezberle).

Sık yapılan hata

- 2 - (-3) işlemini -1 bulmak. Eksi eksiyle karşılaşınca artıya döner: 2 + 3 = 5.
- İşlem önceliğini atlayıp soldan sağa gitmek: 1/2 - 3/4 · (-2/3) işleminde önce çıkarma yapmak.
- Problemde "aşağı, düşüş, borç, deniz altı" ifadelerini negatif yazmayı unutmak.

Derinleşelim: Kurallar nereden geliyor?

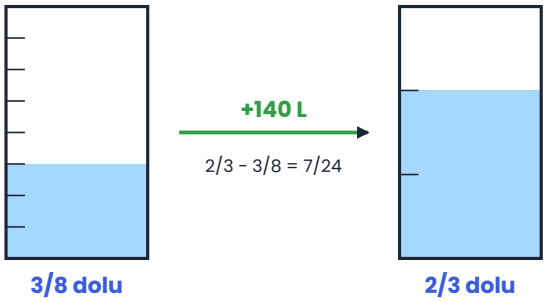
- **(-) · (-) neden (+)?** Örüntüye bak: (-2) · 2 = -4, (-2) · 1 = -2, (-2) · 0 = 0. Çarpan 1 azaldıkça sonuç 2 **artıyor**. Devam edersen (-2) · (-1) = 2 olmak zorunda.
- **Bölme neden "ters çevir, çarp"?** 3/4 ile 4/3'ün çarpımı 1'dir (çarpmaya göre ters). Bir sayıya bölmek, kaç tane o sayı sığdığını sormaktır; bu da tersiyle çarpmakla aynı sonucu verir: 2 ÷ 1/4 = 2 · 4 = 8 (2 bütünde 8 tane çeyrek var).
- **Dağılma özelliği hız kazandırır:** 3/4 · 2,4 - 3/4 · 0,4 = 3/4 · (2,4 - 0,4) = 3/4 · 2 = 3/2.
- **"Tamamın" mı, "kalanın" mı?** "Paranın 1/3'ünü harcadı, kalanın 1/4'ünü verdi" ifadesinde ikinci kesir **kalan 2/3'e** uygulanır: 2/3 · 1/4 = 1/6.
- **Negatif çarpan sayısı:** Çarpımda negatif çarpan sayısı çiftse sonuç pozitif, tekse negatiftir.



Şekil 13. Okul kantininin 5 günlük kâr (+) / zarar (-) grafiği (bin TL).

ZOR **Örnek 18: Bir okul kantininin 5 günlük kâr/zarar değerleri grafikte verilmiştir. a) Haftanın sonunda kantin kârda mı zararda mı, kaç TL? b) Kâr edilen günlerin toplam kârı, zarar edilen günlerin toplam zararının kaç katıdır?**

Hepsini ondalığa çevir: -1 1/4 = -1,25; -3/4 = -0,75.
a) 2,4 - 1,25 - 0,75 + 1,5 - 0,6 = **+1,3 bin TL** => kantin **1300 TL kârda**.
b) Kâr: 2,4 + 1,5 = 3,9. Zarar: 1,25 + 0,75 + 0,6 = 2,6.
3,9 ÷ 2,6 = 39/26 = **3/2 = 1,5 kat**.



Şekil 14. Eklenen 140 L, deponun 7/24'ünü dolduruyor.

ZOR **Örnek 19: Bir su deposunun 3/8'i doludur. Depoya 140 L su eklenince deponun 2/3'ü doluyor. a) Depo kaç litre alır? b) Sonra deponun tamamının 1/4'ü kadar su kullanılırsa depoda kaç litre kalır? Bu, deponun kaçta kaçıdır?**

a) Eklenen su deponun 2/3 - 3/8 = 16/24 - 9/24 = **7/24**'ü kadardır. 7/24'ü 140 L ise 1/24'ü 140 ÷ 7 = 20 L, tamamı 24 · 20 = **480 L**.
b) Depoda 480 · 2/3 = 320 L var. Kullanılan: 480 · 1/4 = 120 L. Kalan: 320 - 120 = **200 L**. 200/480 = **5/12**'si dolu.

Tuzak: "2/5'i kadar azaldı" ile "2/5'ine düştü" farklıdır. 300 TL'lik ürün 2/5'i kadar indirimle 300 - 120 = **180 TL** olur; 2/5'ine düşerse **120 TL** olur. Bir de "deponun 1/4'ü kadar" (tamamın) ile "içindeki suyun 1/4'ü kadar" (o anki miktarın) farklıdır; hangi bütünün kesri olduğunu altını çizerek oku.

90+ Atölyesi

Kapsamın tamamını birleştiren zor problemler: önce kendin çöz, sonra çözümle karşılaştır

Bu bölümdeki her problem birden fazla kazanımı birleştirir ve "neden?" sorusuna cevap ister. Çözümü okumadan önce en az 5 dakika uğraş. Her çözümün sonundaki kırmızı satır, o soruda öğrencilerin en çok puan kaybettiği yeri gösterir.

1. -4, -1, 2 ve 3 sayı kartlarından iki farklı kart seçilip biri pay, diğeri payda olacak şekilde a/b rasyonel sayısı oluşturuluyor. a) Oluşturulabilecek en büyük ve en küçük rasyonel sayıyı bul; aralarındaki farkı hesapla. b) Oluşturulabilecek sayılardan kaç farklı tanesi tam sayıdır?

a) **En büyük:** Pozitif ve büyük olmalı => ya iki pozitif ya iki negatif kart. İki negatif: -4/(-1) = 4. İki pozitif: 3/2 = 1,5. => en büyük **4**.
En küçük: Negatif ve mutlak değeri büyük olmalı => işaretleri farklı kartlar, pay büyük, payda küçük: 3/(-1) = -3, -4/2 = -2, 2/(-1) = -2 => en küçük **-3**.
Fark: 4 - (-3) = **7**.
b) Pay paydanın katı olmalı: -4/(-1) = 4, -4/2 = -2, 2/(-1) = -2, 3/(-1) = -3. -2 iki kez çıkar => farklı tam sayılar 4, -2, -3: **3 tane**.

Puan kaybettiren nokta: En büyük için yalnızca pozitif kartlara bakıp 3/2 demek; iki negatifin bölümünün pozitif olduğunu unutmak. b'de -2'yi iki kez saymak.

2. 1/7 = $0,\overline{142857}$ olduğuna göre a) virgülden sonraki 100. basamaktaki rakamı bul. b) Virgülden sonraki ilk 100 basamaktaki rakamların toplamını bul.

Devir 6 basamaklı: 1, 4, 2, 8, 5, 7 ve bir turdaki rakamların toplamı 1 + 4 + 2 + 8 + 5 + 7 = 27.
a) 100 ÷ 6 = 16 (kalan 4). 96. basamakta 16 tur biter; 100. basamak yeni turun 4. rakamı: 1, 4, 2, **8** => **8**.

b) 16 tam turun toplamı 16 · 27 = 432. Kalan 4 basamak: 1 + 4 + 2 + 8 = 15. Toplam: 432 + 15 = **447**.

Puan kaybettiren nokta: Kalanı 4 bulup devrin 4. rakamı yerine "4" rakamını cevap yazmak; b'de artan 4 basamağı eklemeyi unutmak.

3. n bir tam sayı olmak üzere 12/(n − 2) ifadesi a) bir tam sayı olsun diye n kaç farklı değer alabilir? b) bir doğal sayı olsun diye n hangi değerleri alabilir?

a) 12/(n − 2) tam sayı => n − 2, 12'nin bir böleni olmalı (negatifler dahil): ±1, ±2, ±3, ±4, ±6, ±12 => 12 farklı değer.
n = (n − 2) + 2: 3, 1, 4, 0, 5, −1, 6, −2, 8, −4, 14, −10 => **12 farklı n**. (n = 2 olamaz: payda 0 olur.)
b) Doğal sayı için sonuç negatif olmamalı => n − 2 pozitif bölen: 1, 2, 3, 4, 6, 12 => **n = 3, 4, 5, 6, 8, 14**. (Sonuç 0 olamaz çünkü pay 12.)

Puan kaybettiren nokta: Sadece pozitif bölenleri alıp a'da 6 demek. Tam sayılar negatif de olabilir; −1, −2 ... da 12'yi böler.

4. (−1/2) · (−2/3) · (−3/4) · ... · (−9/10) çarpımının sonucunu bul. Sonucun işaretini ve değerini ayrı ayrı gerekçelendir.

İşaret: Çarpanlar −1/2'den −9/10'a kadar, paylar 1'den 9'a: **9 tane negatif** çarpan var. 9 tek sayı => sonuç **negatif**.
Değer: 1/2 · 2/3 · 3/4 · ... · 9/10: her kesrin paydası, bir sonrakinin payıyla sadeleşir. Geriye ilk pay (1) ve son payda (10) kalır => 1/10.
Sonuç: **−1/10 = −0,1**.

Puan kaybettiren nokta: Çarpan sayısını 10 sanıp sonucu pozitif yazmak. Paylar 1, 2, ..., 9 => 9 çarpan.

5. Bir şehirde 5 günün sabah sıcaklıkları tabloda verilmiştir. a) Sıcaklıkları küçükten büyüğe sırala. b) Art arda iki gün arasında en büyük sıcaklık değişimi hangi günler arasındadır, kaç °C'dir? c) Haftanın en yüksek ve en düşük sıcaklıkları arasındaki fark kaç °C'dir?

Gün	Pzt	Sal	Çar	Per	Cum
°C	−3 1/4	−2,8	−14/5	0,35	−1/4

Hepsini ondalığa çevir: −3 1/4 = −3,25; −14/5 = −2,8; −1/4 = −0,25.
a) −3,25 < −2,8 = −14/5 < −0,25 < 0,35 => **−3 1/4 < −2,8 = −14/5 < −1/4 < 0,35** (Salı ve Çarşamba sıcaklıkları **eşittir**).
b) Değişimler: Pzt–Sal: −2,8 − (−3,25) = +0,45; Sal–Çar: 0; Çar–Per: 0,35 − (−2,8) = +3,15; Per–Cum: −0,25 − 0,35 = −0,6. En büyük değişim **Çarşamba–Perşembe arası, 3,15 °C artış**.
c) 0,35 − (−3,25) = **3,6 °C**.

Puan kaybettiren nokta: −14/5'in −2,8'e eşit olduğunu görmeyip ikisini farklı sıraya koymak; farkı hesaplarken eksi ile çıkarmayı (0,35 − (−2,8)) toplama yerine çıkarma yapmak.

6. Bir sınıftaki öğrencilerin 2/5'i basketbolu, 0,35'i voleybolu seçmiş; kalan 10 öğrenci futbolu seçmiştir. Her öğrenci yalnız bir spor seçtiğine göre a) sınıfta kaç öğrenci vardır? b)

Basketbolu seçenler voleybolu seçenlerden kaç kişi fazladır?

Kesir ve ondalığı aynı biçime çevir: 2/5 = 0,40. Basketbol + voleybol: 0,40 + 0,35 = 0,75 => futbol 1 - 0,75 = **0,25 = 1/4**.
a) Sınıfın 1/4'ü 10 kişi => sınıf **40 öğrenci**.
b) Basketbol: 40 · 2/5 = 16; voleybol: 40 · 0,35 = 14 => **2 kişi fazla**.

Puan kaybettiren nokta: 2/5 ile 0,35'i aynı biçime çevirmeden toplamaya çalışmak ya da 10 öğrenciyi sınıfın tamamı sanmak.

7. Şekildeki binada her kat 3,2 m yüksekliğindedir (zemin kat 0, otopark katları -1, -2, -3). Ali asansöre -3. kattan binip 8. kata çıkıyor. a) Asansör kaç metre yükselmiştir? b) Asansör saniyede 1,6 m hızla gidiyorsa bu yolculuk kaç saniye sürer? c) Ali sonra 8. kattan, bu katın zemine göre yüksekliğinin 5/8'i kadar aşağı iniyor. Hangi kattadır?

a) Kat farkı: 8 - (-3) = 11 kat => 11 · 3,2 = **35,2 m**.
b) 35,2 ÷ 1,6 = 352 ÷ 16 = **22 saniye**.
c) 8. katın yüksekliği: 8 · 3,2 = 25,6 m.
İnilen: 25,6 · 5/8 = 16 m. Kalan yükseklik: 25,6 - 16 = 9,6 m => 9,6 ÷ 3,2 = **3. kat**.

Puan kaybettiren nokta: Kat farkını 8 - 3 = 5 almak; -3. kattan 8. kata çıkarken arada 11 kat vardır.



Şekil 15. Kat yüksekliği 3,2 m; zemin katın tabanı 0 m.

Prova 1 – Temel

Gerçek sınav gibi çöz: 40 dakika, açık uçlu

1. (15 puan) -4, 0, 2/5, 9/3, -1,2 ve 15 sayılarını aşağıdaki tabloya yerleştir. Her sayı birden fazla kümeye ait olabilir.

Doğal sayılar	Tam sayılar	Rasyonel sayılar

2. (15 puan) 5/8, 7/12 ve 9/25 sayılarının ondalık gösterimlerini bul. Her birinin sonlu mu devirli mi olduğunu yaz; devirli olanı devir çizgisiyle göster.

3. (15 puan) Bir hafta boyunca sabah ölçülen sıcaklıklar: -2,4 °C; -9/4 °C; 1/5 °C; -2,5 °C; 0,25 °C. Bu değerleri küçükten büyüğe sırala ve sayı doğrusunda göster.

4. (15 puan) İşlemin sonucunu bul: (-3/5 + 1/2) ÷ (-1/10) - 0,4 · 5/2

5. (20 puan) Bir dalgıç deniz seviyesinin 24,6 m altındadır. Dakikada 1,5 m yükselerek 6 dakika çıkıyor. Ardından bulunduğu derinliğin 1/4'ü kadar daha yükseliyor. Dalgıcın son konumunu bul ve işlemlerini göster.

6. (20 puan) Ece'nin banka hesabında 350 TL var. 412,75 TL'lik bir fatura bu hesaptan ödeniyor. Sonra Ece, 250 TL'lik harçlığının 3/5'ini hesaba yatırıyor. Hesabın son durumunu bul. Fatura ödendikten sonraki durumu rasyonel sayıyla ifade et ve ne anlama geldiğini açıkla.

Prova 1 – Cevap Anahtarı ve Puanlama

1. 9/3 = 3 olduğunu fark et (3 puan). Doğal: 0, 9/3, 15 · Tam: -4, 0, 9/3, 15 · Rasyonel: hepsi (-4, 0, 2/5, 9/3, -1,2, 15). Her doğru küme 4 puan (12 puan).

2. 5/8 = 0,625 sonlu (5 p) · 7/12 = 0,58333… = $0,58\overline{3}$ devirli (5 p) · 9/25 = 36/100 = 0,36 sonlu (5 p).

3. Ondalığa çevir: -9/4 = -2,25; 1/5 = 0,2 (5 p). Sıralama: -2,5 < -2,4 < -9/4 < 1/5 < 0,25 (6 p). Sayı doğrusunda doğru gösterim (4 p).

4. Parantez: -6/10 + 5/10 = -1/10 (4 p). Bölme: (-1/10) ÷ (-1/10) = 1 (4 p). Çarpma: 0,4 · 5/2 = 2/5 · 5/2 = 1 (4 p). Sonuç: 1 - 1 = **0** (3 p).

5. Başlangıç -24,6 m (3 p). 6 dakikada 1,5 · 6 = 9 m yükselir: -24,6 + 9 = -15,6 m (7 p). 15,6 ÷ 4 = 3,9 m daha yükselir (5 p). Son konum: -15,6 + 3,9 = **-11,7 m**, yani deniz seviyesinin 11,7 m altı (5 p).

6. Fatura sonrası: 350 - 412,75 = -62,75 TL (6 p). Anlamı: Hesap 62,75 TL eksiye düştü, yani Ece bankaya 62,75 TL borçlu (4 p). Yatırılan: 250 · 3/5 = 150 TL (5 p). Son durum: -62,75 + 150 = **87,25 TL** (5 p).

Toplam: 15 + 15 + 15 + 15 + 20 + 20 = 100 puan

Prova 2 – 90+ Zorluk

40 dakika, açık uçlu: her adımını yaz, birimi ve gerekçeyi unutma

1. (15 puan) Aşağıdaki sayı doğrusunda -3 ile 1 arası 10 eş parçaya bölünmüştür. a) K, L ve M noktalarının gösterdiği sayıları bul. b) Bu üç sayının her birinin hangi sayı kümelerine (doğal, tam, rasyonel) ait olduğunu yaz. c) M'nin 0'a uzaklığı, K'nin 0'a uzaklığının kaçta kaçıdır?



Prova 2, Soru 1: -3 ile 1 arası 10 eş parçaya bölünmüştür.

2. (15 puan) 5/12, 11/40 ve 4/7 sayılarının ondalık gösterimlerini bul ve devirli olanları devir çizgisiyle yaz. 11/40'ın neden sonlu olduğunu bölme yapmadan, paydaya bakarak açıkla. 4/7'nin ondalık gösteriminde virgülden sonraki 20. basamakta hangi rakam vardır?

3. (15 puan) -7/6, -1,15, -8/7, 0,9 ve 10/11 sayılarını küçükten büyüğe sırala. Ardından -1,15 ile -8/7 arasında bulunan bir rasyonel sayı yaz ve neden arada olduğunu göster.

4. (15 puan) İşlemin sonucunu bul: [(-2/3) - 1/2] ÷ (-7/4) + (-0,75) · 2/3

5. (15 puan) Bir su deposunun 2/5'i doludur. Depoya 90 L su eklenince deponun 7/10'u doluyor. a) Depo kaç litre alır? b) Bu andan itibaren her gün deponun tamamının 0,12'si kadar su kullanılıyor. Depodaki su ilk kez kaçıncı günün sonunda deponun 1/4'ünden az olur?

6. (15 puan) Bir maden asansörü yer seviyesinden (0 m) dakikada 12,5 m hızla 6 dakika boyunca iniyor. Sonra bulunduğu derinliğin 2/5'i kadar yukarı çıkıyor. a) Asansörün son konumunu rasyonel sayıyla yaz ve ne anlama geldiğini açıkla. b) Asansör bu konumdan dakikada 7,5 m hızla yer seviyesine kaç dakikada çıkar?

7. (10 puan) Ali, (-3/4) · (-4/3) ÷ (-1) işleminin sonucunu 1 bulmuştur. Ali haklı mı? İşlemi adım adım yaparak gerekçeni açıkla.

Prova 2 – Cevap Anahtarı ve Puanlama

Kısmi puanlar parantez içinde: yolu doğru gösteren, son adımda hata yapsa da puanın çoğunu alır

1. Bir parça: (1 - (-3)) ÷ 10 = 4/10 = 2/5 **(3 p)**. K = -3 + 3 · 2/5 = **-9/5**; L = -3 + 5 · 2/5 = **-1**; M = -3 + 8 · 2/5 = **1/5** **(3 p)**. b) K: yalnız rasyonel; L: tam ve rasyonel (doğal değil); M: yalnız rasyonel **(4 p)**. c) M'nin uzaklığı 1/5, K'ninki 9/5 => (1/5) ÷ (9/5) = **1/9**'u **(5 p)**.

2. 5/12 = 0,41666… = **$0,41\overline{6}$** **(3 p)**; 11/40 = **0,275** **(3 p)**; 4/7 = **$0,\overline{571428}$** **(3 p)**. Gerekçe: 40 = 2 · 2 · 2 · 5, paydada yalnız 2 ve 5 var; 11/40 = 275/1000 **(3 p)**. 20 ÷ 6 = 3 (kalan 2) => devrin 2. rakamı: **7** **(3 p)**.

3. Ondalık: -7/6 = -1,1666…; -8/7 = -1,1428…; 10/11 = 0,9090… **(4 p)**. Sıralama: **-7/6 < -1,15 < -8/7 < 0,9 < 10/11** **(6 p)**. Arada bir sayı: örneğin -1,145; çünkü -1,150 < -1,145 < -1,1428… **(5 p)** (-1,144 gibi başka doğru cevaplar da tam puan alır).

4. Parantez: -4/6 - 3/6 = -7/6 **(4 p)**. Bölme: (-7/6) · (-4/7) = 4/6 = 2/3 **(4 p)**. Çarpma: (-3/4) · 2/3 = -1/2 **(4 p)**. Sonuç: 2/3 - 1/2 = **1/6** **(3 p)**.

5. a) 7/10 - 2/5 = 3/10 => deponun 3/10'u 90 L **(3 p)** => depo **300 L** **(3 p)**. b) Depoda 300 · 7/10 = 210 L; günlük 300 · 0,12 = 36 L; 1/4'ü = 75 L **(4 p)**. Gün sonları: 174, 138, 102, 66 L => ilk kez **4. günün sonunda** 75 L'nin altına düşer **(5 p)**.

6. a) 6 dakikada 12,5 · 6 = 75 m iner => -75 m **(4 p)**. 75 · 2/5 = 30 m çıkar => -75 + 30 = **-45 m** **(4 p)**; asansör yer seviyesinin 45 m altındadır **(2 p)**. b) 45 ÷ 7,5 = **6 dakika** **(5 p)**.

7. (-3/4) · (-4/3) = +1 (iki negatif) **(4 p)**. 1 ÷ (-1) = **-1** **(3 p)**. Ali haklı değil: üç negatif sayı ile çarpma/bölme yapıldığı için sonuç negatiftir; Ali son bölmedeki işareti göz ardı etmiştir **(3 p)**.

Toplam: 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 10 = 100 puan

Son gün kontrol listesi

- [ ] N ⊂ Z ⊂ Q şemasını gözü kapalı çizebiliyorum.
- [ ] Kesri kümeye yerleştirmeden önce sadeleştiriyorum (8/4 = 2).
- [ ] Bir kesrin ondalık gösterimini bölmeyle bulup sonlu/devirli ayırabiliyorum.
- [ ] Devir çizgisini sadece tekrar eden rakamların üzerine çekiyorum.
- [ ] Negatif sayıları sıralarken "mutlak değeri büyük olan daha küçük" kuralını kullanıyorum.
- [ ] İşaret kurallarını ve işlem önceliğini biliyorum.
- [ ] Problemlerde artış/düşüş, alacak/borç, yukarı/aşağı ifadelerini doğru işaretle yazıyorum.
- [ ] Her sorunun sonunda birimi (°C, m, TL) yazıyorum.
- [ ] Payda 0 olamaz: 5/0 tanımsız, 0/5 = 0 (doğal sayı).
- [ ] Sayı doğrusunda önce bir parçanın değerini buluyorum: (sağ etiket - sol etiket) ÷ parça sayısı.
- [ ] Sonlu/devirli kararını vermeden önce kesri sadeleştiriyorum (21/30 = 7/10).
- [ ] "n. basamak" sorusunda n'yi devrin uzunluğuna bölüp kalana bakıyorum (kalan 0 ise devrin son rakamı).
- [ ] İki rasyonel sayının arasına sayı yazmak için paydaları genişletiyorum.
- [ ] "Kalanın 1/4'ü" ile "tamamın 1/4'ü" farkına dikkat ediyorum; "2/5'i kadar azaldı" ≠ "2/5'ine düştü".
- [ ] Uzun çarpımda negatif çarpanları sayıyorum: çift => +, tek => -.
- [ ] "Açıkla / gerekçesiyle" yazan her soruya en az bir cümlelik gerekçe yazıyorum.

Kaynak: MEB ÖDSGM konu soru dağılım tablosu 2026-2027