8. SINIF MATEMATİK · 1. DÖNEM 1. YAZILI · 90+ SÜRÜMÜ

Çarpanlar, Üsler ve Kökler: Yazılıya Tam Hazırlık

1. yazılıda sorumlu olduğun konuların hepsi burada: şekillerle anlatım, "Derinleşelim" kutuları ve zaman kazandıran taktikler. Her konuda örnekler **Kolay, Orta, Zor** diye merdiven gibi zorlaşır. Sonda kapsamı birleştiren bir **90+ Atölyesi** ve cevap anahtarlı **2 prova** (Temel ve 90+ Zorluk) var. Bu konular LGS'nin de temeli; şimdi iyi oturtursan iki sınava birden çalışmış olursun.

Sınav bilgisi ve kapsam

MEB 8. sınıf için de 1. dönem ortak yazılı konu soru dağılım tablosu yayımladı (6 senaryo). **Sınav tarihini ve süresini okulundan öğren.**

Kazanım	Konu	Soru sayısı
M.8.1.1.1	Pozitif tam sayıların çarpanları, üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazma	0–1
M.8.1.1.2	EBOB ve EKOK hesaplama, ilgili problemler	1–3
M.8.1.1.3	İki doğal sayının aralarında asal olup olmadığı	0–1
M.8.1.2.1	Tam sayıların tam sayı kuvvetleri	0–1
M.8.1.2.2	Üslü ifadelerle ilgili temel kurallar	1–3
M.8.1.2.3	Ondalık gösterimi 10'un tam sayı kuvvetleriyle çözümleme	0–1
M.8.1.2.4	Bir sayıyı 10'un farklı tam sayı kuvvetleriyle ifade etme	0–2
M.8.1.2.5	Bilimsel gösterim ve karşılaştırma	0–1
M.8.1.3.1	Tam kare sayılar ve kareköklerı	0–1
M.8.1.3.2	Tam kare olmayan kareköklü sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğu	0–1
M.8.1.3.3	a√b şeklinde yazma ve katsayıyı kök içine alma	0–2

Senaryo nedir? Okulundaki matematik öğretmenleri 6 senaryodan birini seçer. Kareköklü ifadeler bazı senaryolarda yok. Öğretmenine hangi senaryonun seçildiğini sor; emin değilsen hepsini çalış. Kaynak: MEB ÖDSGM 8. sınıf konu soru dağılım tablosu.

Tam puan için cevap yazma

Yazılıdaki sorular açık uçlu: öğretmen sadece sonuca değil, **yazdığın yola** puan verir. Özellikle EBOB-EKOK problemlerinde "hangisini neden seçtin?" sorusunun cevabı ayrı puanlanır.

Puan parçası	Öğretmenin baktığı şey
Veri	Sorudaki sayıları ve birimleri doğru aktardın mı? (cm mi m mi, dakika mı saat mi)
Yöntem	EBOB mu EKOK mu, neden? Asal çarpanlara ayırmayı (merdiven ya da ağaç) **göster**. Üslü sorularda tabanları eşitleme adımını yaz.
Sonuç	Üslü ifade sadeleşmiş mi? Bilimsel gösterimde $1 \leq a < 10$ mu? $a\sqrt{b}$'de kök içinde tam kare çarpan kalmış mı?
Birim	cm, m, dakika, saat, adet... Saat sorularında sonucu başlangıç saatine eklemeyi unutma.
Gerekçe	"Aralarında asal mı, hangisi büyük, neden?" sorularında EBOB'u ya da karşılaştırmayı yazarak bir cümleyle gerekçelendir.

Mini örnek: Kenarları 24 cm ve 36 cm olan dikdörtgen bir karton, hiç artmayacak şekilde en büyük eş karelere bölünecek. Karenin kenarı kaç cm olur, kaç kare elde edilir?

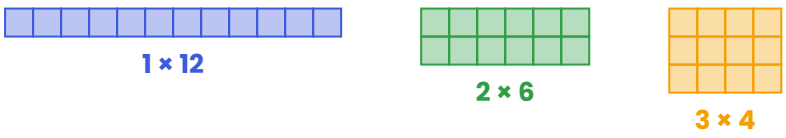
Zayıf cevap
12, 6
Neden EBOB olduğu yok, işlem yok, birim yok. Sonuçlar doğru olsa da puanın yarısı bile garanti değil.

Tam puanlık cevap
"Eş kare, en büyük, artmayacak" => **EBOB**.
$24 = 2^3 \cdot 3$, $36 = 2^2 \cdot 3^2$ => EBOB = $2^2 \cdot 3$ = **12 cm**.
$(24 \div 12) \cdot (36 \div 12) = 2 \cdot 3$ = **6 kare**.

1. Çarpanlar ve asal çarpanlara ayırma

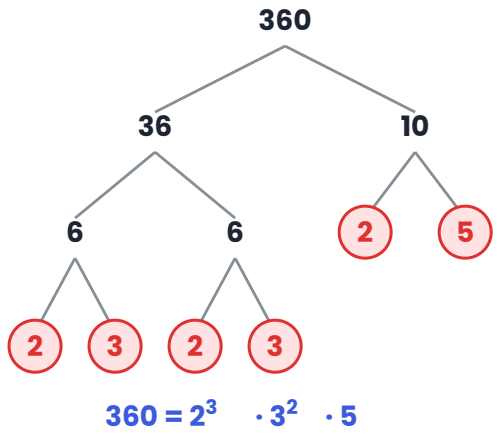
M.8.1.1.1

Bir pozitif tam sayıyı kalansız bölen pozitif tam sayılara o sayının **çarpanları (bölenleri)** denir. Çarpanları bulmanın en garanti yolu **çarpım çiftlerini** yazmaktır: 1 × 72, 2 × 36, 3 × 24, 4 × 18, 6 × 12, 8 × 9. Çiftler birbirine yaklaşıp yer değiştirmeye başladığında durursun.



12 birim kareyle kurulabilen dikdörtgenler, 12'nin çarpan çiftlerini verir: 1, 2, 3, 4, 6, 12

Şekil 1. Çarpan çiftleri = aynı alana sahip dikdörtgenlerin kenarları.



Şekil 2. Çarpan ağacı: dallar asal sayıya (kırmızı daire) ulaşınca durur.

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

Şekil 3. Bölen merdiveni: en küçük asaldan başla, 1 kalana kadar böl. $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

KOLAY **Örnek 1: 72 sayısının pozitif tam sayı çarpanlarını bul ve 72'yi asal çarpanlarının üslü ifadelerinin çarpımı şeklinde yaz.**

Çarpım çiftleri: 1·72, 2·36, 3·24, 4·18, 6·12, 8·9 => çarpanlar: **1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72** (12 tane).

Bölen merdiveni: 72 → 36 → 18 → 9 → 3 → 1 (bölenler 2, 2, 2, 3, 3) => **$72 = 2^3 \cdot 3^2$**

Taktik: Çarpanlarını tek tek saymadan kaç tane olduğunu bulabilirsin: asal çarpanlara ayrılmış hâlde **her üsse 1 ekle ve çarp**. $72 = 2^3 \cdot 3^2$ => $(3 + 1) \cdot (2 + 1) = 12$ çarpan. Listeyi yazdıktan sonra sayını bu yolla kontrol et; eksik çarpan unutmazsın.

Sık yapılan hata

- 1'i asal sayı sanmak. 1 asal değildir; en küçük asal sayı 2'dir.
- "Asal çarpanları" sorulduğunda 2, 2, 2, 3, 3 yazmak. Asal çarpanlar farklı asallardır: **2 ve 3**.
- Çarpan listesine 1'i ve sayının kendisini yazmayı unutmak.

Derinleşelim: Çarpan sayısı formülü neden çalışır?

- $72 = 2^3 \cdot 3^2$. 72'nin her çarpanı, 2'den **0, 1, 2 ya da 3 tane** (4 seçenek) ve 3'ten **0, 1 ya da 2 tane** (3 seçenek) alınarak kurulur. Seçimler bağımsız => $4 \cdot 3 = 12$ çarpan. "Üsse 1 ekle" kuralındaki +1, **hiç almama (üs 0)** seçeneğidir.
- **Asal çarpanlara ayırma tektir:** Merdivenle de ağaçla da başlasan sonuç aynıdır: $72 = 8 \cdot 9 = 6 \cdot 12 = 2^3 \cdot 3^2$.
- **Tam karelerin çarpan sayısı tektir:** Çarpanlar çift çift eşleşir (1·36, 2·18, 3·12, 4·9), ama 6·6 çifti kendisiyle eşleşir: 36'nın 9 çarpanı var.

$72 = 2^3 \cdot 3^2$

	3^0	3^1	3^2
2^0	1	3	9
2^1	2	6	18
2^2	4	12	36
2^3	8	24	72

Şekil 14. 72'nin her çarpanı 2'nin bir kuvveti (4 seçenek) ile 3'ün bir kuvvetinin (3 seçenek) çarpımıdır: $4 \cdot 3 = 12$ çarpan. Turuncu kutular tam kare çarpanlardır (1, 4, 9, 36).

ORTA **Örnek 2: 126 sayısını asal çarpanlarına ayır. Çarpan sayısını formülle bul ve çarpanları listeleyerek kontrol et.**

$126 \rightarrow 63 \rightarrow 21 \rightarrow 7 \rightarrow 1$ (bölenler 2, 3, 3, 7) => $\mathbf{126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7}$.
Çarpan sayısı: $(1 + 1) \cdot (2 + 1) \cdot (1 + 1) = \mathbf{12}$.
Liste (çarpım çiftleri): 1·126, 2·63, 3·42, 6·21, 7·18, 9·14 => 1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 18, 21, 42, 63, 126: 12 tane, formülle uyumlu.

ZOR **Örnek 3: $A = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ sayısı veriliyor. a) A'nın kaç pozitif çarpanı vardır? b) Bu çarpanlardan kaç tanesi çift sayıdır? c) Kaç tanesi 6'nın katıdır? d) Kaç tanesi tam karedir? Her birini gerekçesiyle bul.**

Her çarpan $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$ biçimindedir; $a \in \{0, 1, 2, 3\}$, $b \in \{0, 1, 2\}$, $c \in \{0, 1\}$.
a) $4 \cdot 3 \cdot 2 = \mathbf{24}$ çarpan.
b) Çift olması için en az bir 2 gerekir: $a \in \{1, 2, 3\}$ (3 seçenek) => $3 \cdot 3 \cdot 2 = \mathbf{18}$.
c) $6 = 2 \cdot 3$'ün katı için $a \geq 1$ ve $b \geq 1$: $3 \cdot 2 \cdot 2 = \mathbf{12}$.
d) Tam karede bütün üsler çift olmalı: $a \in \{0, 2\}$, $b \in \{0, 2\}$, $c \in \{0\}$ => $2 \cdot 2 \cdot 1 = \mathbf{4}$ (1, 4, 9, 36).

Tuzak: Formülü uygulamadan önce tabanların **asal** olduğundan emin ol. $48 = 4^2 \cdot 3$ yazıp $(2 + 1)(1 + 1) = 6$ demek yanlış; 4 asal değil. Doğrusu $48 = 2^4 \cdot 3$ => $(4 + 1)(1 + 1) = \mathbf{10}$ çarpan. "Çift çarpan, tam kare çarpan" sorularında üs seçeneklerini liste hâlinde yazarsan hata yapmazsın.

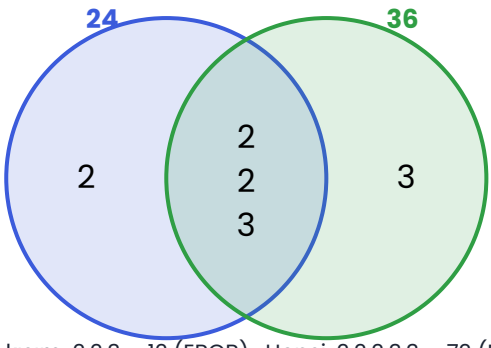
2. EBOB, EKOK ve aralarında asal sayılar

M.8.1.1.2 · M.8.1.1.3

EBOB (en büyük ortak bölen): İki sayıyı da kalansız bölen en büyük sayı. **EKOK** (en küçük ortak kat): İki sayının da katı olan en küçük pozitif sayı.

24	36	**2**	ikisi de bölündü
12	18	**2**	ikisi de bölündü
6	9	**2**	sadece biri
3	9	**3**	ikisi de bölündü
1	3	**3**	sadece biri
1	1		

Şekil 4. Ortak bölen merdiveni. EBOB = yeşillerin çarpımı = 2·2·3 = 12; EKOK = hepsinin çarpımı = 2·2·2·3·3 = 72



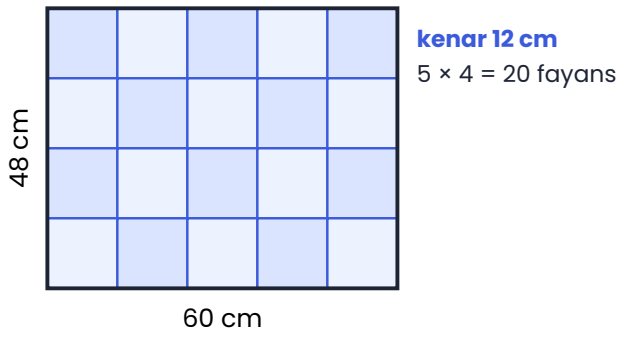
Ortak kısım: 2·2·3 = 12 (EBOB) · Hepsi: 2·2·2·3·3 = 72 (EKOK)

Şekil 5. 24 = 2·2·2·3 ve 36 = 2·2·3·3 asal çarpanlarının Venn şeması.

EBOB(a, b) · EKOK(a, b) = a · b Kontrol: 12 · 72 = 864 = 24 · 36

Problemde hangisi?

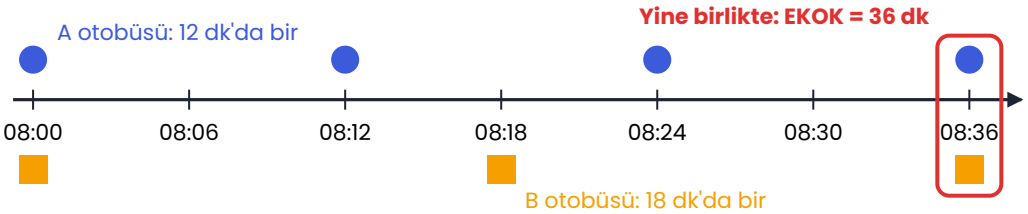
EBOB (küçültme, parçalama)	EKOK (büyütme, birleşme)
"En büyük", "eşit parçalara", "en az sayıda", "artmayacak şekilde bölmek", kare fayans, eşit gruplar, ağaç dikme	"En küçük", "birlikte", "yeniden aynı anda", "ilk kez", zil-otobüs-ilaç saatleri, kare oluşturmak için dikdörtgen dizmek



Şekil 6. En büyük kare fayans: kenar = EBOB(48, 60) = 12 cm.

KOLAY **Örnek 4: 48 cm × 60 cm boyutlarındaki bir duvar, boşluk kalmadan eş kare fayanslarla döşenecek. Fayansın kenarı en fazla kaç cm olur? Kaç fayans gerekir?**

$48 = 2^4 \cdot 3$, $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ => EBOB = $2^2 \cdot 3$ = **12 cm**.
Kısa kenara 48 ÷ 12 = 4, uzun kenara 60 ÷ 12 = 5 fayans => 4 · 5 = **20 fayans**.



Şekil 7. "Birlikte, yeniden, ilk kez aynı anda" => EKOK.

KOLAY **Örnek 5: A otobüsü 12 dakikada bir, B otobüsü 18 dakikada bir duraktan kalkıyor. Saat 08:00'de birlikte kalktılar. İlk kez yine birlikte ne zaman kalkarlar?**

$12 = 2^2 \cdot 3$, $18 = 2 \cdot 3^2$ => EKOK = $2^2 \cdot 3^2$ = 36 dakika => **08:36**

Aralarında asal: EBOB'u 1 olan iki sayı aralarında asaldır. Sayıların kendilerinin asal olması gerekmez: 8 ve 15 asal değildir ama ortak böleni yalnızca 1 olduğundan aralarında asaldır. 14 ve 21 ise ortak böleni 7 olduğu için aralarında asal **değildir**.

Taktik: Problemi okurken kendine sor: "Sonuç verilen sayılardan **küçük** mü olacak, **büyük** mü?" Küçükse EBOB (parça, fayans), büyükse EKOK (birlikte, yeniden). Ayrıca **ardışık iki sayı her zaman aralarında asaldır** (15 ve 16 gibi) ve aralarında asal sayıların EKOK'u çarpımlarıdır: EKOK(8, 15) = 120.

Sık yapılan hata

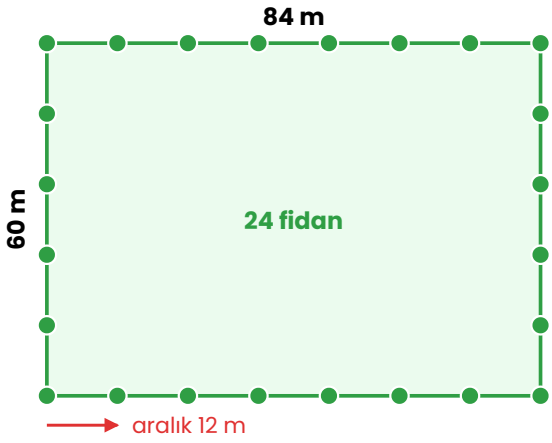
- Fayans sorusunda kenarı bulup "kaç fayans" kısmını unutmak.
- Saat sorusunda EKOK'u bulup başlangıç saatine eklemeyi unutmak (36 değil, 08:36).
- "Aralarında asal" ile "asal" kavramlarını karıştırmak.

Derinleşelim: EBOB ve EKOK'un arkasındaki fikir

- **EBOB** = ortak asal çarpanların **küçük üslüleri**; **EKOK** = bütün asal çarpanların **büyük üslüleri**. $24 = 2^3 \cdot 3$, $36 = 2^2 \cdot 3^2$ => EBOB = $2^2 \cdot 3$, EKOK = $2^3 \cdot 3^2$.
- **EBOB · EKOK = a · b neden?** Her asal için küçük üs + büyük üs = iki üssün toplamı. Bu eşitlik **yalnızca iki sayı** için geçerlidir.
- **Kalanlı problemler:** "6, 8 ve 9'a bölündüğünde hep 2 kalanını veren" sayı = EKOK'un katı **+ 2**. "Her seferinde 3 eksik kalan" sayı = EKOK'un katı **− 3**.
- **Aralarında asal ve kesir:** a/b kesri sadeleşmiyorsa a ile b aralarında asaldır. Aralarında asal iki sayının EBOB'u 1, EKOK'u çarpımlarıdır.

ORTA **Örnek 6: 6, 8 ve 9 ile bölündüğünde her seferinde 2 kalanını veren en küçük üç basamaklı doğal sayıyı bul.**

Sayıdan 2 çıkarırsak 6, 8 ve 9'un ortak katı olur => sayı = EKOK · k + 2.
$6 = 2 \cdot 3$, $8 = 2^3$, $9 = 3^2$ => EKOK = $2^3 \cdot 3^2 = 72$.
72 + 2 = 74 (iki basamaklı), 144 + 2 = **146** (üç basamaklı). Kontrol: 146 = 6 · 24 + 2 = 8 · 18 + 2 = 9 · 16 + 2.



Şekil 15. Çevre 288 m, aralık 12 m: kapalı bir çizgide fidan sayısı = 288 ÷ 12 = 24 (köşeler dahil).

ZOR **Örnek 7: Kenarları 60 m ve 84 m olan dikdörtgen bir bahçenin çevresine, köşelere de gelmek şartıyla, eşit aralıklarla fidan dikilecek. En az kaç fidan gerekir? Fidanın tanesi 35 TL ise maliyet ne olur?**

"En az fidan" => aralık **en büyük** olmalı. Köşelere fidan gelmesi için aralık hem 60'ı hem 84'ü bölmeli => **EBOB**.
$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$, $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ => EBOB = 12 m.
Çevre: $2 \cdot (60 + 84) = 288$ m. Kapalı çizgide fidan sayısı = 288 ÷ 12 = **24 fidan**.
Maliyet: 24 · 35 = **840 TL**.

ZOR **Örnek 8: x bir doğal sayı ve 1 ≤ x ≤ 36 olmak üzere x/36 kesirlerinden kaç tanesi sadeleştirilemez? Gerekçesiyle açıkla.**

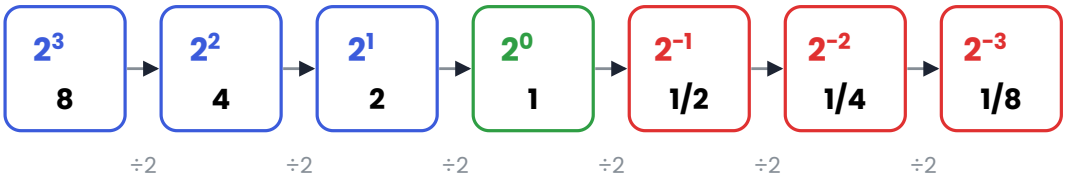
Kesir sadeleşmiyorsa x ile 36 **aralarında asaldır**. $36 = 2^2 \cdot 3^2$ olduğundan x, 2'ye ve 3'e bölünmemeli.
1–36 arası: 2'ye bölünenler 18 tane, 3'e bölünenler 12 tane, ikisine de (6'ya) bölünenler 6 tane => 2 veya 3'e bölünenler 18 + 12 - 6 = 24.
Sadeleşmeyenler: 36 - 24 = **12 tane** (1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35).

Tuzak: Fidan, direk, lamba sorularında çizginin **kapalı** mı **açık** mı olduğuna bak. Bahçenin çevresi kapalıdır: fidan sayısı = çevre ÷ aralık (288 ÷ 12 = 24). 84 m'lik düz bir yolun iki ucuna da dikilirse: 84 ÷ 12 + 1 = **8**. Bir de EBOB · EKOK = a · b kuralını üç sayıya uygulama: EBOB(4, 6, 10) · EKOK(4, 6, 10) = 2 · 60 = 120 ama 4 · 6 · 10 = 240.

3. Üslü ifadeler

M.8.1.2.1 · M.8.1.2.2

a^n, a sayısının n kez kendisiyle çarpımıdır: $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$. **Sıfırıncı kuvvet:** $a \neq 0$ için $a^0 = 1$. **Negatif kuvvet:** $a^{-n} = 1 / a^n$.



Şekil 8. Üs 1 azaldıkça değer 2'ye bölünür. Bu yüzden $2^0 = 1$ ve $2^{-3} = 1/2^3 = 1/8$ olur.

Negatif tabanda işaret	
$(-2)^4 = 16$	Çift kuvvet => pozitif
$(-2)^3 = -8$	Tek kuvvet => negatif
$-2^4 = -16$	Parantez yok! Kuvvet sadece 2'ye ait
$(-3)^{-2} = 1/9$	$1 / (-3)^2 = 1/9$
$(2/3)^{-2} = 9/4$	Kesir ters döner, üs pozitife geçer

Üslü ifade kuralları	
$a^m \cdot a^n$	$= a^{m+n}$
$a^m \div a^n$	$= a^{m-n}$
$(a^m)^n$	$= a^{m \cdot n}$
$a^n \cdot b^n$	$= (a \cdot b)^n$
$a^n \div b^n$	$= (a \div b)^n$

KOLAY **Örnek 9: $3^5 \cdot 3^{-2}$**

Tabanlar aynı, üsler toplanır: $3^{5 + (-2)} = 3^3 = \mathbf{27}$

KOLAY **Örnek 10: $(2^3)^2 \div 2^4$**

$2^6 \div 2^4 = 2^2 = \mathbf{4}$

KOLAY **Örnek 11: $5^3 \cdot 2^3$**

Üsler aynı: $(5 \cdot 2)^3 = 10^3 = \mathbf{1000}$

ORTA **Örnek 12: $4^3 \cdot 8^{-2}$**

Tabanları eşitle: $(2^2)^3 \cdot (2^3)^{-2} = 2^6 \cdot 2^{-6} = 2^0 = \mathbf{1}$

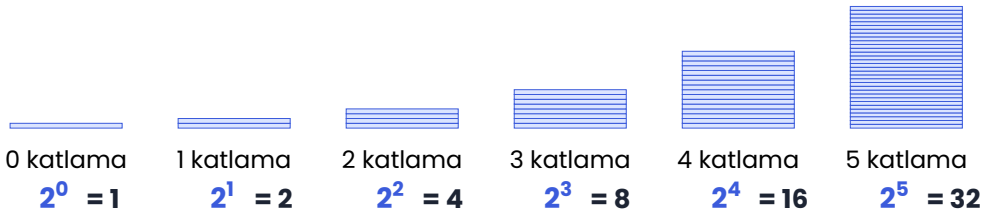
Taktik: Tabanlar farklıysa önce **ortak tabana çevir**: $4 = 2^2$, $8 = 2^3$, $16 = 2^4$, $32 = 2^5$, $9 = 3^2$, $27 = 3^3$, $81 = 3^4$, $25 = 5^2$, $125 = 5^3$. Bu listeyi ezberlersen üslü sorularının çoğu tek satırda biter. Bir de şunu unutma: 2 ile 5'in aynı kuvvetleri yan yana gelince hemen 10'un kuvveti yap.

Sık yapılan hata

- $2^3 \cdot 2^4 = 2^{12}$ yazmak. Çarpmada üsler **toplanır**: 2^7.
- $2^3 + 2^3 = 2^6$ sanmak. Toplamada kural yok: $8 + 8 = 16 = 2^4$.
- -2^4 ile $(-2)^4$'ü aynı sanmak.
- 2^{-3}'ü -8 bulmak. Negatif üs sayıyı negatif yapmaz, kesir yapar: $1/8$.

Derinleşelim: Üs kuralları nereden geliyor?

- **$a^0 = 1$:** $2^3 \div 2^3 = 8 \div 8 = 1$, kurala göre de $2^{3-3} = 2^0$. İkisi eşit olmalı. (0^0 tanımsızdır.)
- **$a^{-n} = 1/a^n$:** Üs 1 azaldıkça değer a'ya bölünür (Şekil 8).
- **Toplamada ortak çarpan:** $2^5 + 2^5 = 2 \cdot 2^5 = 2^6$; $3^4 + 3^4 + 3^4 = 3 \cdot 3^4 = 3^5$. Kural yok, **sayma** var: kaç tane aynı terim varsa onunla çarp.
- **Karşılaştırma:** Üsleri ya da tabanları eşitle. $2^{30} = (2^3)^{10} = 8^{10}$, $3^{20} = 9^{10}$ => 3^{20} daha büyük.



Şekil 16. Kâğıdı her ikiye katlayışında kat sayısı 2 katına çıkar: n katlamada 2^n kat. 0,1 mm'lik kâğıt 5 katlamada 32 · 0,1 = 3,2 mm olur.

ORTA **Örnek 13: $(-2)^{-3} \cdot 4^2 \div (-8)^{-1}$ işleminin sonucunu bul.**

$(-2)^{-3} = 1/(-2)^3 = -1/8$ · $4^2 = 16$ · $(-8)^{-1} = -1/8$.
Soldan sağa: $(-1/8) \cdot 16 = -2$; sonra $-2 \div (-1/8) = -2 \cdot (-8) =$ **16**.

ZOR **Örnek 14: $4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5 = 2^n$ ise n kaçtır?**

Dört tane aynı terim: $4 \cdot 4^5 = 4^6$.
Tabanı 2 yap: $4^6 = (2^2)^6 = 2^{12}$ => **n = 12**.

ZOR **Örnek 15: 2^{30}, 3^{20} ve 5^{10} sayılarını küçükten büyüğe sırala. Hesap makinesi kullanmadan gerekçesini yaz.**

Üsler 30, 20, 10: hepsi 10'un katı => üsleri 10'da eşitle.
$2^{30} = (2^3)^{10} = 8^{10}$; $3^{20} = (3^2)^{10} = 9^{10}$; 5^{10}.
Üsler eşitse tabanı büyük olan büyüktür: $5 < 8 < 9$ => **$5^{10} < 2^{30} < 3^{20}$**.

Tuzak: Negatif işaret ile negatif üs farklı şeylerdir. $(-2)^{-2} = 1/(-2)^2 =$ **1/4**, ama $-2^{-2} = -(1/2^2) =$ **-1/4**. Bir de farklı taban ve farklı üsler birleştirilemez: $2^3 \cdot 3^2 \neq 6^5$ ($8 \cdot 9 = 72$, oysa $6^5 = 7776$).

4. 10'un kuvvetleri ve bilimsel gösterim

M.8.1.2.3 · M.8.1.2.4 · M.8.1.2.5

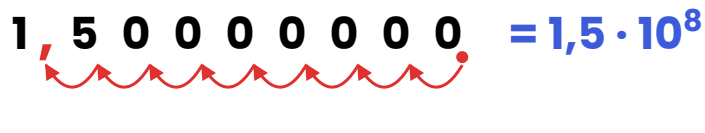
Ondalık bir sayının her basamağı 10'un bir kuvvetine karşılık gelir: virgülün solundaki ilk basamak 10^0, sağındaki ilk basamak 10^{-1}.



Şekil 9. $345{,}26 = 3{\cdot}10^2 + 4{\cdot}10^1 + 5{\cdot}10^0 + 2{\cdot}10^{-1} + 6{\cdot}10^{-2}$

Aynı sayı, farklı kuvvetler: $0{,}0045 = 45 \cdot 10^{-4} = 4{,}5 \cdot 10^{-3} = 0{,}45 \cdot 10^{-2}$. Virgülü bir basamak sağa kaydırınca üs 1 azalır; sola kaydırınca 1 artar. Sayının değeri hiç değişmez.

Bilimsel gösterim: $a \cdot 10^n$ şeklinde, **$1 \le a < 10$** ve n tam sayı.



Şekil 10. 150 000 000 sayısının bilimsel gösterimi: $1{,}5 \cdot 10^8$

KOLAY **Örnek 16: Bir bakterinin boyu yaklaşık 0,000002 m. Bilimsel gösterimle yaz.**

Virgül 6 basamak sağa kayarak 2 elde edilir => **$2 \cdot 10^{-6}$ m**

KOLAY **Örnek 17: $3{,}2 \cdot 10^5$ ile $9{,}8 \cdot 10^4$ sayılarını karşılaştır.**

Önce üslere bak: $10^5 > 10^4$. Bilimsel gösterimde üssü büyük olan daha büyüktür: **$3{,}2 \cdot 10^5 > 9{,}8 \cdot 10^4$** (320 000 > 98 000).

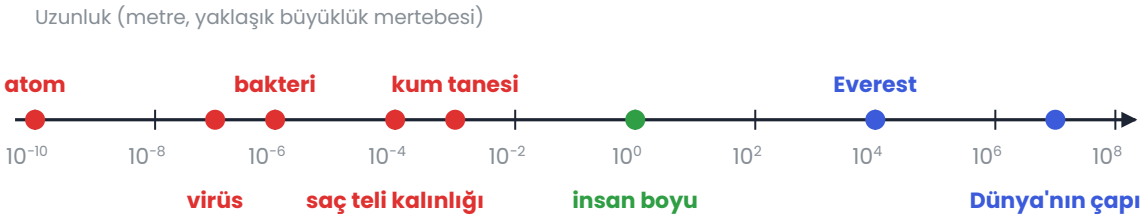
Taktik: "Büyük sayı => pozitif üs, küçük (0 ile 1 arası) sayı => negatif üs." Üssü bulmak için virgülün kaç basamak kaydığını say. Karşılaştırmada önce üslere bak; üsler eşitse a değerlerini karşılaştır. Üsler farklı ve a değerleri karışıksa iki sayıyı da aynı üsse çevir.

Sık yapılan hata

- $25 \cdot 10^3$'ü bilimsel gösterim sanmak. 25 > 10 olduğundan doğrusu $2{,}5 \cdot 10^4$.
- 0,000002 için üssü -5 bulmak. Virgülün kaç basamak kaydığını parmakla say: 6 basamak => 10^{-6}.
- $7{,}1 \cdot 10^{-3}$ ile $2 \cdot 10^{-2}$ karşılaştırmasında 7,1'e bakıp yanılmak: 0,0071 < 0,02.

Derinleşelim: Bilimsel gösterimle işlem ve birim dönüşümü

- **Çarpma/bölme:** a'ları kendi arasında, 10'un kuvvetlerini kendi arasında işle; sonra a'yı 1 ile 10 arasına düzelt: $(4 \cdot 10^3) \cdot (5 \cdot 10^2) = 20 \cdot 10^5 = \mathbf{2 \cdot 10^6}$.
- **Neden $1 \le a < 10$?** Böylece her sayının **tek** bir bilimsel gösterimi olur ve karşılaştırma üslere bakarak yapılabilir.
- **Birimler 10'un kuvvetidir:** 1 km = 10^3 m, 1 cm = 10^{-2} m, 1 mm = 10^{-3} m, 1 nm = 10^{-9} m.
- **Çözümlemede eksik basamak = 0:** $3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^{-2}$ ifadesinde 10^1, 10^0 ve 10^{-1} yok => o basamaklar 0: **300,05**.



Şekil 17. Her çentik 100 kat büyüme demek. Negatif üs = 1 metreden küçük, pozitif üs = 1 metreden büyük.

ORTA **Örnek 18: a) $4{,}5 \cdot 10^{-3}$ sayısını 10'un üç farklı kuvvetiyle yaz. b) $4 \cdot 10^{2} + 7 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-3}$ sayısını ondalık gösterimle yaz.**

a) Virgül sağa 1 => üs 1 azalır: **$45 \cdot 10^{-4}$**; virgül sola 1 => üs 1 artar: **$0{,}45 \cdot 10^{-2}$**; ayrıca **$4500 \cdot 10^{-6}$**.
b) 400 + 0,7 + 0,003 = **400,703** (onlar, birler ve yüzde birler basamağı 0).

ORTA **Örnek 19: $(3 \cdot 10^{4}) \cdot (6 \cdot 10^{-7})$ işleminin sonucunu bilimsel gösterimle yaz.**

a'lar: $3 \cdot 6 = 18$. Üsler: $4 + (-7) = -3$ => $18 \cdot 10^{-3}$.
$18 > 10$ olduğu için düzelt: $18 = 1{,}8 \cdot 10^{1}$ => $1{,}8 \cdot 10^{1 + (-3)} =$ **$1{,}8 \cdot 10^{-2}$**.

ZOR **Örnek 20: Işık saniyede yaklaşık $3 \cdot 10^{5}$ km yol alır. Güneş'ten çıkan ışık Dünya'ya yaklaşık 500 saniyede ulaşır. Güneş ile Dünya arasındaki uzaklığı km ve m cinsinden bilimsel gösterimle yaz.**

$500 = 5 \cdot 10^{2}$. Uzaklık = hız · süre = $(3 \cdot 10^{5}) \cdot (5 \cdot 10^{2}) = 15 \cdot 10^{7}$ km = **$1{,}5 \cdot 10^{8}$ km**.
1 km = 10^{3} m => $1{,}5 \cdot 10^{8} \cdot 10^{3} =$ **$1{,}5 \cdot 10^{11}$ m**.

ZOR **Örnek 21: Bir laboratuvarda dört parçacığın çapları metre cinsinden şöyle ölçülmüştür: $A = 34 \cdot 10^{-8}$, $B = 0{,}0021 \cdot 10^{-2}$, $C = 5{,}1 \cdot 10^{-7}$, $D = 0{,}6 \cdot 10^{-6}$. Parçacıkları küçükten büyüğe sırala.**

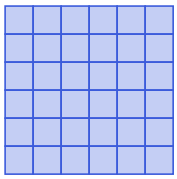
Önce hepsini bilimsel gösterime çevir (a'yı 1–10 arasına getir):
$A = 3{,}4 \cdot 10^{-7}$ (virgül sola 1, üs +1) · $B = 2{,}1 \cdot 10^{-5}$ (virgül sağa 3, üs -3) · $C = 5{,}1 \cdot 10^{-7}$ · $D = 6 \cdot 10^{-7}$ (virgül sağa 1, üs -1).
Üssü en büyük olan B (-5) en büyük. Üssü -7 olanlarda a'lara bak: $3{,}4 < 5{,}1 < 6$.
A < C < D < B

Tuzak: İşlemden sonra a'yı düzeltirken üssü **ters yöne** değiştirmek: $20 \cdot 10^{5}$'i $2 \cdot 10^{4}$ yazmak yanlış. a küçüldüyse (20 → 2) üs büyür: **$2 \cdot 10^{6}$**. Kontrol yolu: iki gösterimin değerini kafanda kabaca karşılaştır (20 yüz bin = 2 milyon).

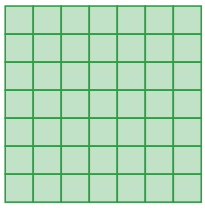
5. Kareköklü ifadelere giriş

M.8.1.3.1 · M.8.1.3.2 · M.8.1.3.3

Bir doğal sayının karesi olan sayılara **tam kare** denir: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225 ... Tam kare bir sayının karekökü bir doğal sayıdır: $\sqrt{64} = 8$, çünkü $8^{2} = 64$.



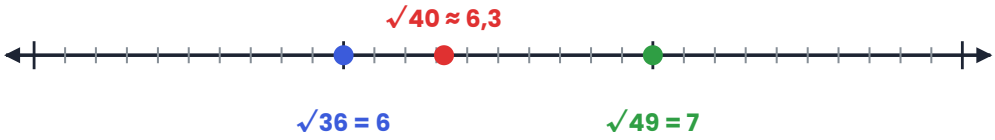
Alan 36 → kenar 6



Alan 49 → kenar 7

√36 = 6
√49 = 7

Şekil 11. Tam kare sayı = kenarı doğal sayı olan bir karenin alanı. Karekök = o karenin kenarı.



Şekil 12. 36 < 40 < 49 olduğundan 6 < √40 < 7. 40, 36'ya daha yakın; √40 de 6'ya daha yakın.

KOLAY **Örnek 22: √40 hangi iki ardışık doğal sayı arasındadır? Hangisine daha yakındır?**

40'ın etrafındaki tam kareler: 36 < 40 < 49 => √36 < √40 < √49 => **6 < √40 < 7**. 40, 36'ya (fark 4) 49'dan (fark 9) daha yakın olduğu için √40, **6'ya daha yakındır**.

$$\boxed{\sqrt{72}} = \boxed{\sqrt{(36 \cdot 2)}} = \boxed{\sqrt{36} \cdot \sqrt{2}} = \boxed{6\sqrt{2}}$$

36, 72'nin en büyük tam kare çarpanıdır.

Şekil 13. a√b biçimine getirmenin üç adımı.

KOLAY **Örnek 23: √50 ve √48 ifadelerini a√b şeklinde yaz.**

√50 = √(25 · 2) = **5√2**
√48 = √(16 · 3) = **4√3**

ORTA **Örnek 24: 3√5 ile 4√3 ifadelerini karşılaştır.**

Katsayıları kök içine al (karesini alarak): 3√5 = √(9 · 5) = √45, 4√3 = √(16 · 3) = √48. √48 > √45 => **4√3 > 3√5**

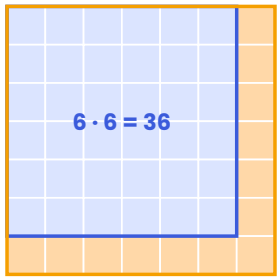
Taktik: a√b yazarken kök içindeki sayıyı **en büyük tam kare çarpanla** böl. Sırayla dene: 100, 81, 64, 49, 36, 25, 16, 9, 4. √72 için 4 ile başlarsan 2√18 bulursun ve iş bitmez; 36 ile başlarsan tek adımda 6√2. Kareköklü sayıları karşılaştırırken de katsayıları içeri al; kök içi büyük olan büyüktür.

! Sık yapılan hata

- √72 = 2√18 deyip bırakmak. 18 = 9 · 2 olduğundan devam: 2 · 3√2 = 6√2.
- Katsayıyı içeri alırken karesini almayı unutmak: 3√5 = √15 değil, √45.
- √40'ın 6 ile 7 arasında olduğunu bulup "hangisine yakın" kısmını cevapsız bırakmak.

Derinleşelim: Tam kareler ve kökler hakkında derin bilgiler

- **Asal çarpan testi:** Bir sayı tam kare ise asal çarpanlarındaki **bütün üsler çifttir**; karekök almak üsleri yarıya böler: $3600 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \Rightarrow \sqrt{3600} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.
- **Son rakam testi:** Tam kareler 0, 1, 4, 5, 6, 9 ile biter. 2, 3, 7, 8 ile biten sayı **asla** tam kare değildir (ama 1, 4... ile bitmesi tam kare olduğunu göstermez).
- **"Hangisine yakın?" kuralı neden doğru?** 6 ile 7'nin tam ortası 6,5 ve $6{,}5^2 = 42{,}25$. 36 ile 49 arasında 42,25'ten küçük sayıların kökü 6'ya yakındır. Doğal sayılarda bu, "hangi tam kareye daha az uzak?" kuralıyla her zaman aynı sonucu verir.



Turuncu şerit: 13 kare
36'dan 49'a 13 adım: 37, 38, ..., 48: 12 sayı tam kare değil; kökleri 6 ile 7 arasındadır.

Şekil 18. a^2 ile $(a + 1)^2$ arasında tam kare olmayan $2a$ tane doğal sayı vardır.

ORTA **Örnek 25: a) $\sqrt{n}$ ifadesinin değeri 5 ile 6 arasında olacak şekilde kaç farklı n doğal sayısı vardır? b) Alanı 72 m^2 olan kare bahçenin bir kenarını $a\sqrt{b}$ biçiminde yaz; kenar hangi iki ardışık doğal sayı arasındadır, hangisine daha yakındır?**

a) $5 < \sqrt{n} < 6 \Rightarrow 25 < n < 36 \Rightarrow n = 26, 27, ..., 35$: **10 tane** ($2 \cdot 5 = 10$, Şekil 18'deki kural).
b) Kenar $= \sqrt{72} = \sqrt{(36 \cdot 2)} =$ **$6\sqrt{2}$ m**. $64 < 72 < 81 \Rightarrow$ **$8 < 6\sqrt{2} < 9$**. $72 - 64 = 8$, $81 - 72 = 9 \Rightarrow$ **8'e daha yakın**.

ZOR **Örnek 26: $540 \cdot n$ çarpımı bir tam kare sayı olacak şekilde en küçük n doğal sayısını bul. Bu durumda $\sqrt{(540 \cdot n)}$ kaçtır?**

$540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$. Tam karede bütün üsler çift olmalı: 2^2 tamam; 3^3 için bir 3, 5^1 için bir 5 eksik.
En küçük $n = 3 \cdot 5 =$ **15**. $540 \cdot 15 = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^2 = 8100 \Rightarrow \sqrt{8100} = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 =$ **90**.

ZOR **Örnek 27: $3\sqrt{7}$, $4\sqrt{5}$, $5\sqrt{3}$ ve $2\sqrt{17}$ sayılarını küçükten büyüğe sırala.**

Katsayıları kök içine al (karesini alarak): $3\sqrt{7} = \sqrt{(9 \cdot 7)} = \sqrt{63}$; $4\sqrt{5} = \sqrt{80}$; $5\sqrt{3} = \sqrt{75}$; $2\sqrt{17} = \sqrt{68}$.
Kök içleri: $63 < 68 < 75 < 80 \Rightarrow$ **$3\sqrt{7} < 2\sqrt{17} < 5\sqrt{3} < 4\sqrt{5}$**.

Tuzak: Kök toplama üzerine dağılmaz: $\sqrt{(16 + 9)} = \sqrt{25} =$ **5**, ama $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$. Çarpımda ise ayırabilirsin: $\sqrt{(16 \cdot 9)} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{9} = 12$. $a\sqrt{b}$ yazarken kök içinde tam kare çarpan bırakma: $\sqrt{200} = 2\sqrt{50}$ eksik cevaptır; $200 = 100 \cdot 2 \Rightarrow$ **$10\sqrt{2}$**.

LGS köşesi

Bu konular LGS'de genellikle gerçek hayat bağlamında gelir: fayans, bahçe, otobüs saatleri, gezegen uzaklıkları, hücre boyutları. Yazılıya çalışırken her konudan en az bir "hikâyeli" soru çöz ve hikâyeden matematiğe çevirme adımını (EBOB mu, EKOK mu? hangi üs?) yüksek sesle söyle.

90+ Atölyesi

Kapsamın tamamını birleştiren zor problemler: önce kendin çöz, sonra çözümle karşılaştır

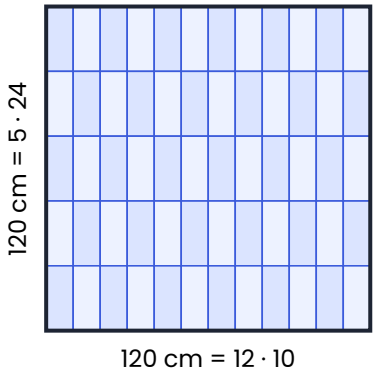
Bu bölümdeki her problem birden fazla kazanımı birleştirir ve "neden?" sorusuna cevap ister. Çözümü okumadan önce en az 5 dakika uğraş. Her çözümün sonundaki kırmızı satır, o soruda öğrencilerin en çok puan kaybettiği yeri gösterir.

1. Bir okuldaki öğrenciler 8'erli, 12'şerli ve 15'erli gruplara ayrıldığında her seferinde 5 öğrenci gruba giremeden artıyor. Okulun öğrenci sayısı 500 ile 700 arasında olduğuna göre okulda kaç öğrenci vardır?

Öğrenci sayısından 5 çıkarırsak 8, 12 ve 15'e tam bölünür => sayı = EKOK · k + 5.
$8 = 2^3$, $12 = 2^2 \cdot 3$, $15 = 3 \cdot 5$ => EKOK = $2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$.
120k + 5: 485, **605**, 725... 500 ile 700 arasında yalnızca **605** var. Kontrol: $605 = 8 \cdot 75 + 5 = 12 \cdot 50 + 5 = 15 \cdot 40 + 5$.

Puan kaybettiren nokta: Artan 5'i eklemeyi unutup 600 yazmak ya da EKOK yerine $8 \cdot 12 \cdot 15 = 1440$ kullanmak.

2. Kenarları 10 cm ve 24 cm olan dikdörtgen fayanslar aynı yönde yan yana ve alt alta dizilerek kare bir pano yapılacak. a) Yapılabilecek en küçük karenin kenarı kaç cm olur ve kaç fayans gerekir? b) Kenarı 3 m'yi geçmeyen en büyük kare pano için kaç fayans gerekir?



Şekil 19. 10 cm × 24 cm'lik fayanslarla en küçük kare: kenar EKOK(10, 24) = 120 cm, 12 · 5 = 60 fayans.

a) Karenin kenarı hem 10'un hem 24'ün katı olmalı; en küçük => **EKOK**. $10 = 2 \cdot 5$, $24 = 2^3 \cdot 3$ => EKOK = $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ = **120 cm**. Bir sırada 120 ÷ 10 = 12, alt alta 120 ÷ 24 = 5 => 12 · 5 = **60 fayans**.
b) Kenar 120'nin katı ve 300 cm'yi geçmemeli: 120, 240 => 240 cm. (240 ÷ 10) · (240 ÷ 24) = 24 · 10 = **240 fayans**.

Puan kaybettiren nokta: b'de 3 m'yi cm'ye çevirmeden 120 ile karşılaştırmak ya da fayans sayısını alanları bölerek bulup birimi karıştırmak.

3. $a = 2^{40}$, $b = 3^{30}$, $c = 5^{20}$ sayılarını küçükten büyüğe sırala. Hesap yapmadan gerekçesini yaz.

Üsler 40, 30, 20: ortak böleni 10 => üsleri 10'a eşitle.
$a = (2^4)^{10} = 16^{10}$; $b = (3^3)^{10} = 27^{10}$; $c = (5^2)^{10} = 25^{10}$.
Üsler eşit => tabanlar: $16 < 25 < 27$ => **$a < c < b$**.

Puan kaybettiren nokta: Üssü büyük olanı büyük sanmak (2^{40} en büyük değil!). Tabanlar farklıyken sadece üslere bakılmaz.

4. Bir bakteri türü her 20 dakikada bir ikiye bölünüyor. Bir kapta başlangıçta $5 \cdot 10^3$ bakteri var. a) 2 saat sonra kaç bakteri olur? Sonucu bilimsel gösterimle yaz. b) Bakteri sayısı ilk kez kaç dakika sonra 10^7'yi geçer?

a) 2 saat = 120 dk => $120 \div 20 = 6$ bölünme => sayı $2^6 = 64$ katına çıkar. $5 \cdot 10^3 \cdot 64 = 320 \cdot 10^3 =$ **$3{,}2 \cdot 10^5$** bakteri.
b) $5 \cdot 10^3 \cdot 2^k > 10^7$ => $2^k > 10^7 \div (5 \cdot 10^3) = 2000$. $2^{10} = 1024$ (yetmez), $2^{11} = 2048$ (geçer) => $k = 11$ bölünme => $11 \cdot 20 =$ **220 dakika** (3 saat 40 dakika).

Puan kaybettiren nokta: 2 saatte 6 yerine 2 bölünme almak; ya da 2^6 ile çarpmak yerine $6 \cdot 2 = 12$ ile çarpmak.

5. Kare biçimindeki bir fotoğrafın alanı 180 cm^2'dir. a) Bir kenar uzunluğunu $a\sqrt{b}$ biçiminde yaz. b) Kenar uzunluğu hangi iki ardışık doğal sayı arasındadır, hangisine daha yakındır? c) Elindeki 13,5 cm'lik çıta fotoğrafın bir kenarını tamamen kaplar mı? Hesap makinesi kullanmadan gerekçelendir.

a) $180 = 36 \cdot 5$ => $\sqrt{180} =$ **$6\sqrt{5}$ cm**.
b) $169 < 180 < 196$ => **$13 < 6\sqrt{5} < 14$**. $180 - 169 = 11$, $196 - 180 = 16$ => **13'e daha yakın**.
c) Kenarı 13,5 ile karşılaştırmak için kareleri karşılaştır: $(6\sqrt{5})^2 = 180$, $13{,}5^2 = 182{,}25$. $180 < 182{,}25$ => kenar 13,5 cm'den kısa => **çıta yeter**.

Puan kaybettiren nokta: c'de "13 ile 14 arasında, 13,5 de arada" deyip karar verememek. Karşılaştırmayı karelerle yap.

6. $2^3 \cdot 3^5 \cdot 7$ sayısı en küçük hangi n doğal sayısıyla çarpılırsa sonuç bir tam kare olur? Elde edilen tam kare sayının karekökünü üslü ifadelerin çarpımı ve doğal sayı olarak yaz.

Tam karede bütün üsler çift olmalı: 2^3 için bir 2, 3^5 için bir 3, 7^1 için bir 7 eksik => **$n = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$**.
Çarpım: $2^4 \cdot 3^6 \cdot 7^2$ => karekökü üsler yarıya: $2^2 \cdot 3^3 \cdot 7 = 4 \cdot 27 \cdot 7 =$ **756**.

Puan kaybettiren nokta: Sayının tamamını hesaplayıp (13 608) tam kare aramaya çalışmak; asal çarpan üsleriyle düşünmek hem kısa hem güvenli.

7. $A = 5 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^{-2}$, $B = 502{,}007 \cdot 10^1$ ve $C = 50{,}2007 \cdot 10^1$ sayıları veriliyor. a) A, B ve C'yi ondalık gösterimle yazıp karşılaştır. b) A'yı bilimsel gösterimle yaz.

a) A = 5000 + 20 + 0,07 = **5020,07** (yüzler, birler ve onda birler basamağı 0). B = 502,007 · 10 = **5020,07**. C = 50,2007 · 10 = **502,007**.
=> **A = B > C**. (B'de virgül 1 basamak sağa kayar; C'nin değeri A'nın onda biridir.)
b) A = 5020,07 = **$5{,}02007 \cdot 10^3$**.

Puan kaybettiren nokta: Çözümlemede eksik basamakları (10^2, 10^0, 10^{-1}) atlayıp A'yı 527 ya da 5027 gibi yazmak.

8. İki doğal sayının EBOB'u 12, EKOK'u 180'dir. Sayıların ikisi de 12'den farklı olduğuna göre bu sayıları bul ve toplamlarını hesapla. Neden başka seçenek olmadığını açıkla.

Sayılar a = 12m ve b = 12n biçimindedir. EBOB tam 12 olduğu için m ile n **aralarında asal** olmalı (yoksa ortak çarpan EBOB'u büyütürdü).
EBOB · EKOK = a · b => 12 · 180 = 144 · m · n => m · n = 15.
Aralarında asal çarpanlar: (1, 15) ya da (3, 5). (1, 15) => 12 ve 180 (12 yasak). (3, 5) => **36 ve 60**.
Toplam: **96**. Kontrol: EBOB(36, 60) = 12, EKOK(36, 60) = 180.

Puan kaybettiren nokta: m ve n'nin aralarında asal olması gerektiğini söylememek; gerekçe istenen soruda bu cümle ayrı puanlanır.

Prova 1 – Temel

Gerçek sınav gibi çöz, açık uçlu

1. (15 puan) 180 sayısını bölen merdiveni veya çarpan ağacıyla asal çarpanlarına ayır ve üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yaz. 180'in asal çarpanları nelerdir?

2. (15 puan) Uzunlukları 84 cm ve 126 cm olan iki ip, hiç artmayacak şekilde eşit uzunlukta parçalara bölünecek. Parçalar en uzun kaç cm olabilir? Bu durumda toplam kaç parça elde edilir?

3. (15 puan) Bir hemşire üç hastaya sırasıyla 4, 6 ve 10 saatte bir ilaç veriyor. Üç hastaya da saat 06.00'da birlikte ilaç verdi. Üç hastaya ilk kez yeniden birlikte ilaç vereceği zamanı bul (kaç gün sonra, saat kaçta?).

4. (10 puan) (9, 16), (15, 21) ve (14, 25) sayı çiftlerinden hangilerinin aralarında asal olduğunu gerekçesiyle yaz.

5. (15 puan) a) $(-3)^4$, -3^4 ve $(-2)^{-3}$ ifadelerinin değerlerini bul. b) $9^3 \cdot 27^{-2} \div 3^{-1}$ işleminin sonucunu bul.

6. (15 puan) Bir virüsün çapı 0,00000012 m, bir kum tanesinin çapı 0,0006 m'dir. İki uzunluğu bilimsel gösterimle yaz. Kum tanesinin çapı virüsün çapının kaç katıdır?

7. (15 puan) a) $\sqrt{60}$ hangi iki ardışık doğal sayı arasındadır? b) $\sqrt{108}$'i $a\sqrt{b}$ şeklinde yaz. c) $2\sqrt{6}$ ile $3\sqrt{3}$'ü karşılaştır.

Prova 1 – Cevap Anahtarı ve Puanlama

1. 180 → 90 → 45 → 15 → 5 → 1 (bölenler 2, 2, 3, 3, 5) (6 p). 180 = $\mathbf{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5}$ (6 p). Asal çarpanlar: **2, 3 ve 5** (3 p).

2. "Hiç artmayacak, en uzun" => EBOB (3 p). $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$, $126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$ => EBOB = $2 \cdot 3 \cdot 7$ = **42 cm** (7 p). Parça: 84 ÷ 42 + 126 ÷ 42 = 2 + 3 = **5 parça** (5 p).

3. "Yeniden birlikte" => EKOK (3 p). EKOK(4, 6, 10) = $2^2 \cdot 3 \cdot 5$ = 60 saat (7 p). 60 saat = 2 gün 12 saat => 06.00 + 2 gün 12 saat = **2 gün sonra saat 18.00** (5 p).

4. EBOB(9, 16) = 1 => aralarında asal (4 p). EBOB(15, 21) = 3 => değil (3 p). EBOB(14, 25) = 1 => aralarında asal (3 p).

5. a) $(-3)^4 = 81$ (2 p), $-3^4 = -81$ (2 p), $(-2)^{-3} = 1/(-8) = -1/8$ (3 p). b) $9^3 = 3^6$, $27^{-2} = 3^{-6}$ (4 p) => $3^6 \cdot 3^{-6} \div 3^{-1} = 3^{0-(-1)} = 3^1 = \mathbf{3}$ (4 p).

6. Virüs: $\mathbf{1{,}2 \cdot 10^{-7}}$ **m** (5 p). Kum: $\mathbf{6 \cdot 10^{-4}}$ **m** (4 p). Oran: $(6 \cdot 10^{-4}) \div (1{,}2 \cdot 10^{-7}) = 5 \cdot 10^3$ = **5000 kat** (6 p).

7. a) 49 < 60 < 64 => $\mathbf{7 < \sqrt{60} < 8}$ (5 p). b) 108 = 36 · 3 => $\sqrt{108} = \mathbf{6\sqrt{3}}$ (5 p). c) $2\sqrt{6} = \sqrt{24}$, $3\sqrt{3} = \sqrt{27}$ => $\mathbf{3\sqrt{3} > 2\sqrt{6}}$ (5 p).

Toplam: 15 + 15 + 15 + 10 + 15 + 15 + 15 = 100 puan

Prova 2 – 90+ Zorluk

Açık uçlu: her adımını yaz, birimi ve gerekçeyi unutma

1. (15 puan) $A = 2^4 \cdot 3^2$ sayısı veriliyor. a) A'nın kaç pozitif çarpanı vardır? b) Bu çarpanlardan kaç tanesi tam karedir? c) Kaç tanesi 12'nin katıdır? Her birini gerekçesiyle bul.

2. (15 puan) Bir kutudaki kalemler 6'şar, 9'ar ve 15'er sayıldığında her seferinde son grubu tamamlamak için 2 kalem eksik kalıyor. Kutudaki kalem sayısı 200 ile 300 arasında olduğuna göre kutuda kaç kalem vardır?

3. (15 puan) Kenarları 45 m ve 75 m olan dikdörtgen bir tarlanın çevresine, köşelere de gelecek şekilde eşit aralıklarla direk dikilecek. a) En az kaç direk gerekir? b) Direkler arasına 3 sıra tel çekilecekse kaç metre tel gerekir?

4. (15 puan) a) $8^4 \cdot 4^{-3} \div 2^5$ işleminin sonucunu bul. b) $9^5 + 9^5 + 9^5 = 3^n$ ise n kaçtır? c) 2^{45}, 3^{30} ve 5^{15} sayılarını küçükten büyüğe sırala.

5. (15 puan) Dünya ile Ay arasındaki uzaklık yaklaşık $3{,}84 \cdot 10^5$ km'dir. a) Bu uzaklığı 10'un iki farklı kuvvetiyle daha yaz ve metre cinsinden bilimsel gösterimle ifade et. b) Saatte $4 \cdot 10^4$ km hızla giden bir uzay aracı bu yolu kaç saatte alır?

6. (15 puan) a) $\sqrt{x}$ ifadesinin değeri 7 ile 8 arasında olacak şekilde kaç farklı x doğal sayısı vardır? b) $2\sqrt{11}$, $3\sqrt{5}$, $4\sqrt{3}$ ve $5\sqrt{2}$ sayılarını küçükten büyüğe sırala. c) $\sqrt{245}$ ifadesini $a\sqrt{b}$ biçiminde yaz.

7. (10 puan) Ece, "$\sqrt{(2^4 \cdot 3^3)} = 12\sqrt{3}$" diyor. Ece haklı mı? Gerekçesiyle açıkla. $2^4 \cdot 3^3$ sayısını tam kare yapan en küçük doğal sayı çarpanı kaçtır?

Prova 2 – Cevap Anahtarı ve Puanlama

Kısmi puanlar parantez içinde: yolu doğru gösteren, son adımda hata yapsa da puanın çoğunu alır

1. Çarpanlar $2^a \cdot 3^b$, $a \in \{0, \ldots, 4\}$, $b \in \{0, 1, 2\}$ **(3 p)**. a) $5 \cdot 3 =$ **15 (4 p)**. b) Üsler çift: $a \in \{0, 2, 4\}$, $b \in \{0, 2\}$ => $3 \cdot 2 =$ **6 (4 p)**. c) $12 = 2^2 \cdot 3$ => $a \geq 2$, $b \geq 1$: $3 \cdot 2 =$ **6** (12, 24, 36, 48, 72, 144) **(4 p)**.

2. 2 kalem eklenirse 6, 9, 15'e tam bölünür => sayı = EKOK · k − 2 **(4 p)**. EKOK(6, 9, 15) = $2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$ **(5 p)**. 90k − 2: 178, **268**, 358 => **268 kalem (6 p)**.

3. En az direk => en büyük aralık => EBOB **(3 p)**. $45 = 3^2 \cdot 5$, $75 = 3 \cdot 5^2$ => EBOB = 15 m **(4 p)**. a) Çevre $2 \cdot (45 + 75) = 240$ m => $240 \div 15 =$ **16 direk (4 p)**. b) $3 \cdot 240 =$ **720 m** tel **(4 p)**.

4. a) $2^{12} \cdot 2^{-6} \div 2^5 = 2^{12-6-5} = 2^1 =$ **2 (5 p)**. b) $3 \cdot 9^5 = 3 \cdot 3^{10} = 3^{11}$ => **n = 11 (5 p)**. c) $2^{45} = 8^{15}$, $3^{30} = 9^{15}$ => **$5^{15} < 2^{45} < 3^{30}$ (5 p)**.

5. a) Örneğin $3{,}84 \cdot 10^4$ km ve $0{,}384 \cdot 10^6$ km **(4 p)**; $3{,}84 \cdot 10^5 \cdot 10^3 =$ **$3{,}84 \cdot 10^8$ m (4 p)**. b) $(3{,}84 \cdot 10^5) \div (4 \cdot 10^4) = 0{,}96 \cdot 10^1 =$ **9,6 saat** (9 saat 36 dakika) **(7 p)**.

6. a) $49 < x < 64$ => x = 50, ..., 63: **14 tane (5 p)**. b) $\sqrt{44}$, $\sqrt{45}$, $\sqrt{48}$, $\sqrt{50}$ => **$2\sqrt{11} < 3\sqrt{5} < 4\sqrt{3} < 5\sqrt{2}$ (6 p)**. c) $245 = 49 \cdot 5$ => **$7\sqrt{5}$ (4 p)**.

7. $2^4 \cdot 3^3 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 3$ => $\sqrt{} = 2^2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} = 12\sqrt{3}$ => **Ece haklı (6 p)**. 3'ün üssü tek (3) => bir 3 daha gerekir: en küçük çarpan **3** ($432 \cdot 3 = 1296 = 36^2$) **(4 p)**.

Toplam: 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 10 = 100 puan

Son gün kontrol listesi

- ☐ Çarpan sayısı için önce tabanları **asal** yapıyorum ($48 = 2^4 \cdot 3$).
- ☐ EBOB mu EKOK mu: "sonuç küçük mü, büyük mü?"
- ☐ Aralarında asal = EBOB'u 1 olan sayılar; ardışık sayılar her zaman aralarında asaldır.
- ☐ Kalanlı sorular: hep r artıyorsa EKOK · k + r, hep r eksikse EKOK · k − r.
- ☐ Fidan/direk: kapalı çevrede çevre ÷ aralık; düz yolda iki uç dahil (uzunluk ÷ aralık) + 1.
- ☐ $(-2)^4$ ile -2^4 farkını biliyorum; negatif üs sayıyı negatif değil, kesir yapar.
- ☐ Tabanları/üsleri eşitliyorum; $2^5 + 2^5 = 2^6$.
- ☐ Bilimsel gösterimde $1 \leq a < 10$; işlemden sonra a'yı düzeltip üssü doğru yöne değiştiriyorum.
- ☐ $\sqrt{}$ içindeki sayıyı en büyük tam kare çarpanla ayırıyorum; katsayıyı içeri alırken karesini alıyorum.
- ☐ Tam karede bütün asal üsler çift; tam kare yapmak için tek üslü asalları tamamlıyorum.
- ☐ $\sqrt{(a+b)} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$; "hangisine yakın" sorusunda iki tam kareye olan farkları yazıyorum.

Kaynak: MEB ÖDSGM konu soru dağılım tablosu 2026-2027