9. SINIF MATEMATİK · 1. DÖNEM 1. YAZILI · 90+ SÜRÜMÜ

Sayıların Dili: Üsler, Kökler, Aralıklar ve İlk Fonksiyonun

1. yazılıda sorumlu olduğun her konu şekillerle, "Derinleşelim" açıklamalarıyla ve **Kolay / Orta / Zor** diye sıralanmış çözümlü örneklerle burada. Sonda kazanımları birleştiren bir **90+ Atölyesi** ve puanlamalı iki prova var: **Prova 1 – Temel** ve **Prova 2 – 90+ Zorluk**.

Sınav bilgisi ve kapsam

Takvime göre matematik yazılısı **5 Kasım 2026**, süre **40 dakika**. Sorular açık uçlu. Tarihi okulundan teyit et.

Kod	Konu	Soru sayısı*
9.1.1	Gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimleriyle işlemler	2–3
9.1.2	Gerçek sayı aralıkları ve küme sembolleri	1–2
9.1.3	Sayı kümeleri ve işlem özellikleri	1
9.1.4	İşlem özelliklerini cebirsel olarak ifade etme	1–2
9.2.1	Doğrusal fonksiyonlar ve nitel özellikleri	0–2

*MEB tablosunda 4 senaryo var; okulundaki zümre bunlardan birini seçer. Doğrusal fonksiyon sorusu yalnızca Senaryo 2 ve 3'te var. **Öğretmenine hangi senaryonun seçildiğini sor**, ama emin değilsen hepsini çalış.

Tam puan için cevap yazma

Açık uçlu sorular **puanlama anahtarıyla** okunur. Öğretmen her adım için ayrı puan verir; sadece sonucu yazan, doğru bulsa bile puanın bir kısmını kaybeder.

Adım	Öğretmenin baktığı şey
Veri	Verilenleri doğru okuyup yazdın mı? (ör. "√72 = √(36·2)")
İşlem	Kullandığın kuralı ve ara adımları gösterdin mi?
Sonuç	Sonuç en sade hâlinde mi? (6√2, kesir sadeleşmiş, aralık doğru parantezli)
Gösterim	Küme/aralık sembolleri, sayı doğrusu, grafik doğru mu?
Birim	Gerçek yaşam sorusunda sonucun yanına m, m², TL, saat gibi birimi yazdın mı?
Gerekçe	"Neden?", "Açıklayınız" diyorsa bir cümleyle ya da karşı örnekle gerekçe yazdın mı?

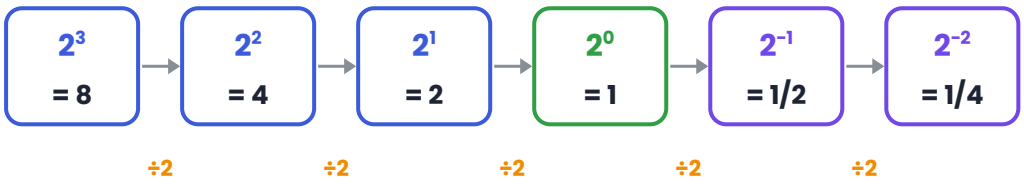
ZAYIF · 2/10 **Soru:** İrrasyonel sayılar çarpmaya göre kapalı mıdır?
Cevap: "Hayır."

TAM · 10/10 **Cevap:** "Kapalı değildir. $\sqrt{2}$ ve $\sqrt{8}$ irrasyoneldir ama $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ rasyoneldir. Kapalılığı bozmak için tek karşı örnek yeter."

1. Üslü Gösterim

9.1.1 · Tam sayı üsler ve kurallar

a^n, a sayısının n kez kendisiyle çarpımıdır. Negatif ve sıfır üsleri anlamanın en kolay yolu, üssün 1 azaldıkça değerin tabana bölündüğünü görmektir:



Üs 1 azaldıkça değer tabana bölünür. Bu yüzden $2^0 = 1$ ve $2^{-1} = 1/2$ olur.

Kural (a, b ≠ 0)	Örnek
$a^0 = 1$	$(-7)^0 = 1$
$a^{-n} = 1 / a^n$	$3^{-2} = 1/9$
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$2^5 \cdot 2^{-3} = 2^2$
$a^m \div a^n = a^{m-n}$	$5^4 \div 5^6 = 5^{-2}$
$(a^m)^n = a^{m\cdot n}$	$(2^3)^2 = 2^6$
$(a\cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$6^3 = 2^3 \cdot 3^3$
$(a/b)^{-n} = (b/a)^n$	$(2/3)^{-2} = 9/4$

± İşaret kuralı

Negatif taban **çift** kuvvette pozitif, **tek** kuvvette negatif olur.

$(-2)^4 = 16 \cdot (-2)^3 = -8$
$-2^4 = -(2^4) = -16$

Parantez yoksa üs sadece 2'ye aittir; eksi işareti dışarıda kalır.

Kolay **Örnek 1.** $(2^3 \cdot 4^2) \div 8^2$ işleminin sonucunu bulalım.

Tabanları 2'ye çevir: $4 = 2^2$, $8 = 2^3$.
$2^3 \cdot (2^2)^2 \div (2^3)^2 = 2^3 \cdot 2^4 \div 2^6 = 2^{3+4-6} = 2^1 = \mathbf{2}$

Kolay **Örnek 2.** $3^{-2} + 3^{-1}$ toplamını bulalım.

$3^{-2} = 1/9$ ve $3^{-1} = 1/3 = 3/9$ olduğundan toplam **4/9**. Dikkat: Toplamada üsler toplanmaz!

Taktik: Soruda 4, 8, 16, 0,25, 0,125 gibi sayılar varsa hepsini **aynı tabana** çevir ($4 = 2^2$, $8 = 2^3$, $0{,}25 = 2^{-2}$, $0{,}125 = 2^{-3}$). Sonra sadece üslerle toplama-çıkarma yaparsın.

! Sık yapılan hata

$a^m + a^n = a^{m+n}$ yazmak. Kural sadece **çarpmada** geçerli: $2^3 + 2^2 = 12$, ama $2^5 = 32$.

D Derinleşelim: Kurallar nereden geliyor?

$a^0 = 1$ neden? $a^n \div a^n$ = 1'dir; bölme kuralıyla $a^{n-n} = a^0$ de olur. İkisi aynı sayı olduğu için $a^0 = 1$ ($a \neq 0$). **0^0 tanımsızdır**, $0^{-2} = 1/0^2$ de tanımsızdır.

Üslü sayıları karşılaştırma: Ya tabanları ya üsleri eşitle. 2^{30} ile 3^{20}: üsleri 10'a indir => $2^{30} = (2^3)^{10} = 8^{10}$, $3^{20} = (3^2)^{10} = 9^{10}$. Üsler aynı, taban büyük olan büyüktür.

Ortak çarpan parantezi: $2^{x+3} - 2^{x+1}$ gibi ifadelerde üsler toplanmaz; 2^x ortak çarpan olarak dışarı alınır: $2^x \cdot (2^3 - 2^1) = 6 \cdot 2^x$.

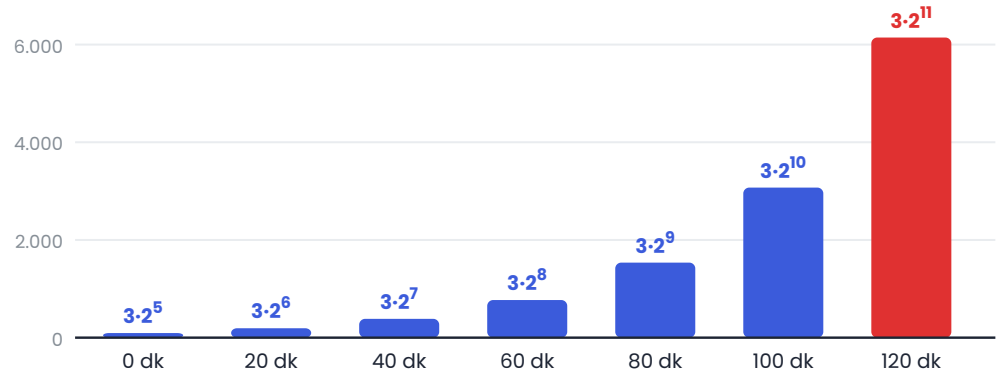
Eşit üslü ifadeler: $a > 0$, $a \neq 1$ için $a^m = a^n$ ise $m = n$'dir. Tabanları eşitleyip üsleri eşitlemek, üslü denklem sorularının anahtarıdır.

Orta **Örnek 2a.** $a = 2^{30}$, $b = 3^{20}$, $c = 5^{10}$ sayılarını küçükten büyüğe sırala.

Üsleri 10 yap: $a = (2^3)^{10} = 8^{10}$, $b = (3^2)^{10} = 9^{10}$, $c = 5^{10}$. Üsler eşit => tabanlara bak: $5 < 8 < 9$ => **$c < a < b$**.

Zor **Örnek 2b (Ortak çarpan).** $2^{x+3} - 2^{x+1} = 48$ ise x kaçtır?

2^x ortak çarpan: $2^x \cdot (8 - 2) = 48$ => $6 \cdot 2^x = 48$ => $2^x = 8 = 2^3$ => **$x = 3$**. Kontrol: $2^6 - 2^4 = 64 - 16 = 48$.



Her 20 dakikada ikiye katlanma: üs her adımda 1 artar. 2 saatte 6 adım => $3 \cdot 2^{11} = 6144$ bakteri.

Zor **Örnek 2c (Gerçek yaşam).** Bir bakteri kolonisi her 20 dakikada ikiye katlanıyor. Başlangıçta $3 \cdot 2^5$ bakteri var. a) 2 saat sonra kaç bakteri olur? b) Kaç saat sonra bakteri sayısı $3 \cdot 2^{20}$'ye ulaşır?

a) 2 saat = 120 dk = 6 katlanma. Her katlanma üssü 1 artırır: $3 \cdot 2^{5+6} = 3 \cdot 2^{11}$ = **6144**.
b) $3 \cdot 2^{5+n} = 3 \cdot 2^{20}$ => $5 + n = 20$ => $n = 15$ katlanma => $15 \cdot 20 = 300$ dk = **5 saat**.

T Tuzak

- 2^{3^2} ile $(2^3)^2$ aynı değildir: $2^{3^2} = 2^9 = 512$, $(2^3)^2 = 2^6 = 64$. Üs üstündeki üs önce hesaplanır.
- $(-3)^{-2} = 1/9$ pozitiftir; negatif üs işareti değiştirmez, sadece ters çevirir.

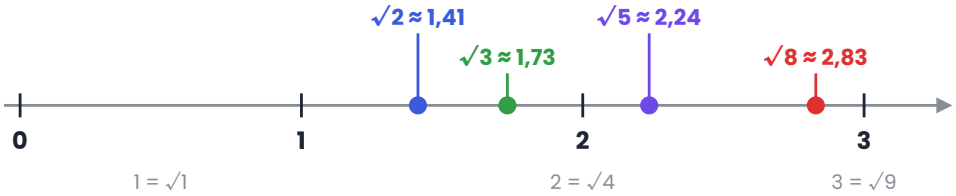
2. Köklü Gösterim ve Rasyonel Üs

9.1.1 · Kök kuralları, kök dışına çıkarma, paydayı rasyonel yapma

$\sqrt{a}$ ($a \geq 0$), karesi a olan negatif olmayan sayıdır. Kök ile üs aynı şeyin iki yazılışıdır:

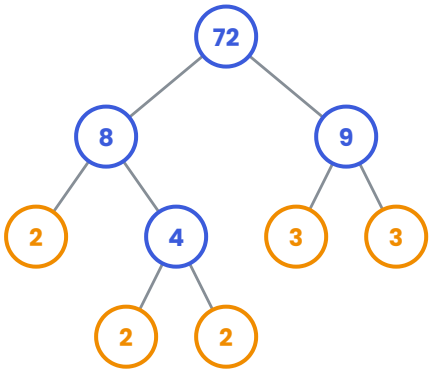
$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$ örnek: $8^{2/3} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$

Pay **kuvveti**, payda **kökün derecesini** söyler. Tek dereceli kök negatif sayıda da tanımlıdır: $\sqrt[3]{-27} = -3$. Çift dereceli kök ise negatif sayıda gerçek sayı değildir. Ayrıca $\sqrt{a^2} = |a|$ olduğunu unutma: $\sqrt{(-5)^2} = 5$.



Tam kare olmayan bir sayının kökü, iki tam karenin kökü arasındadır: $4 < 5 < 9$ olduğundan $2 < \sqrt{5} < 3$.

Kural ($a, b \geq 0$)	Örnek
$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$	$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$
$\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{a/b}$ ($b \neq 0$)	$\sqrt{50} \div \sqrt{2} = 5$
Sadece **benzer** kökler toplanır	$2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$
Katsayıyı içeri alma	$3\sqrt{2} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18}$



$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

$= (2 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 3) \cdot 2$

$= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 2$

$\sqrt{72} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

Asal çarpan ağacı: Kök içinden her **çift** olarak çıkan çarpan, köke bir kez dışarıda yazılır.

Kolay **Örnek 3.** $\sqrt{50} + \sqrt{18} - \sqrt{8}$ işlemini yapalım.

$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$, $\sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = 3\sqrt{2}$, $\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$

Hepsi benzer kök oldu: $5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \mathbf{6\sqrt{2}}$

Orta **Örnek 4 (Paydayı rasyonel yapma).** a) $6 / \sqrt{3}$ b) $1 / (\sqrt{5} - \sqrt{2})$

a) Pay ve paydayı $\sqrt{3}$ ile genişlet: $6\sqrt{3} / 3 = \mathbf{2\sqrt{3}}$
b) Paydayı **eşleniği** $(\sqrt{5} + \sqrt{2})$ ile genişlet. Paydada $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ kullanılır: $5 - 2 = 3$.
Sonuç: $\mathbf{(\sqrt{5} + \sqrt{2}) / 3}$

Kolay **Örnek 5.** $27^{-1/3}$ kaçtır?

$27^{-1/3} = 1 / 27^{1/3} = 1 / \sqrt[3]{27} = \mathbf{1/3}$

Taktik: Kök dışına çıkarırken kök içindeki sayıyı **en büyük tam kare** çarpanına böl: 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100. $\sqrt{72}$ için 36'yı yakalarsan tek adımda $6\sqrt{2}$ bulursun; 4 ile başlarsan iki adım sürer.

! Sık yapılan hata

$\sqrt{a + b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ yazmak. Kontrol et: $\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$, ama $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$.

D Derinleşelim: Mutlak değer, karşılaştırma ve eşlenik

$\mathbf{\sqrt{a^2} = |a|}$ kuralı, kök içindeki ifadenin işaretini sorar. $\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} = |1 - \sqrt{3}| = \sqrt{3} - 1$, çünkü $1 - \sqrt{3} < 0$'dır.

Köklü sayıları karşılaştırma: Katsayıları kök içine al, kök içlerini karşılaştır: $2\sqrt{5} = \sqrt{20}$, $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$. Farklı dereceli köklerde dereceleri eşitle: $\sqrt[3]{3} = 3^{1/3} = 3^{2/6} = \sqrt[6]{9}$ ve $\sqrt{2} = 2^{3/6} = \sqrt[6]{8}$ $\Rightarrow \sqrt[3]{3} > \sqrt{2}$.

Eşlenik neden işe yarar? $(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = a - b$. Kökler çarpılıp karelendiği için paydada kök kalmaz.

Orta **Örnek 5a.** $a = 2\sqrt{5}$, $b = 3\sqrt{2}$, $c = \sqrt{19}$ sayılarını sırala.

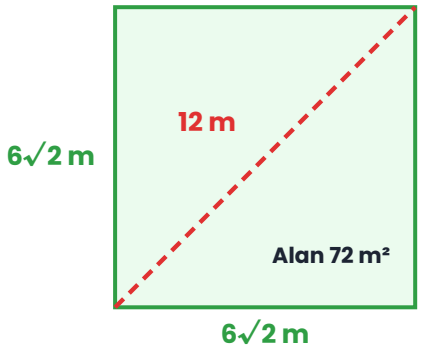
Katsayıyı içeri al: $a = \sqrt{20}$, $b = \sqrt{18}$, $c = \sqrt{19}$. Kök içleri: $18 < 19 < 20 \Rightarrow$ **b < c < a**.

Zor **Örnek 5b (Mutlak değer tuzağı).** $\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}$ ifadesinin değerini bul.

$\sqrt{3} \approx 1{,}73$. $1 - \sqrt{3} < 0 \Rightarrow |1 - \sqrt{3}| = \sqrt{3} - 1$. $2 - \sqrt{3} > 0 \Rightarrow |2 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3}$.
Toplam: $(\sqrt{3} - 1) + (2 - \sqrt{3}) = \mathbf{1}$. Kökler birbirini götürdü.

Zor **Örnek 5c (Eşlenikle sadeleştirme).** $(\sqrt{5}+\sqrt{3})/(\sqrt{5}-\sqrt{3})$ ifadesini $a+b\sqrt{c}$ biçiminde yaz.

Pay ve paydayı $(\sqrt{5}+\sqrt{3})$ ile genişlet. Payda: $5-3=2$. Pay: $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2 = 5+2\sqrt{15}+3 = 8+2\sqrt{15}$.
Sonuç: $(8+2\sqrt{15})/2 = \mathbf{4+\sqrt{15}}$.



kenar = $\sqrt{72} = \sqrt{(36\cdot 2)} = 6\sqrt{2}$ m

köşegen² = kenar² + kenar²

= 72 + 72 = 144

köşegen = √144 = 12 m

Kare bahçe: kenar irrasyonel ($6\sqrt{2}$) çıkarken köşegen tam sayı (12) çıkıyor. Köklü sayılar çarpılınca rasyonel olabilir.

Zor **Örnek 5d (Gerçek yaşam).** Kare şeklindeki bir bahçenin alanı 72 m²'dir. Bahçeyi köşegen boyunca ikiye ayıran bir yol yapılacak. Yolun uzunluğu kaç metredir?

Kenar = $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ m. Köşegen = kenar$\cdot\sqrt{2} = 6\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 6\cdot 2 =$ **12 m**. (Pisagor ile de: 72 + 72 = 144 => 12.)

T Tuzak

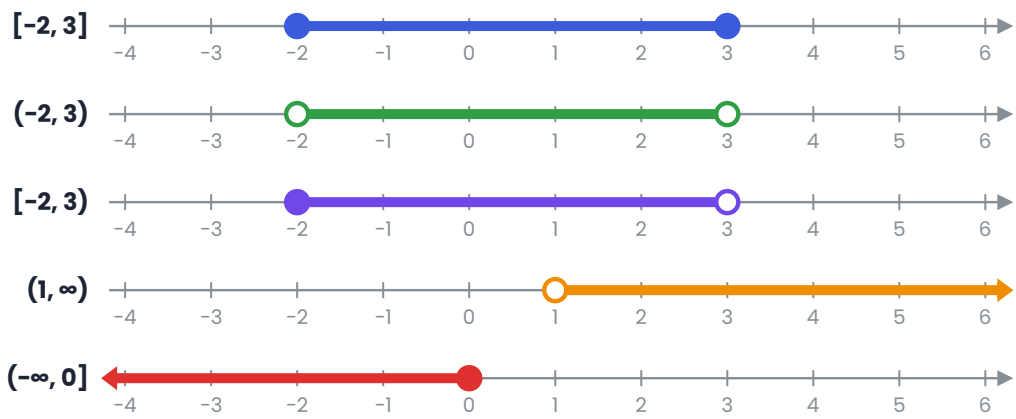
- $\sqrt{x^2} = x$ yazmak. x negatifse yanlış olur: $\sqrt{(-4)^2} = 4$, -4 değil.
- Paydayı rasyonel yaparken sadece paydayı çarpmak. **Pay da aynı ifadeyle** çarpılmalı, yoksa sayının değeri değişir.

3. Gerçek Sayı Aralıkları ve Küme Sembolleri

9.1.2 · Gösterim, sayı doğrusu, birleşim, kesişim, fark

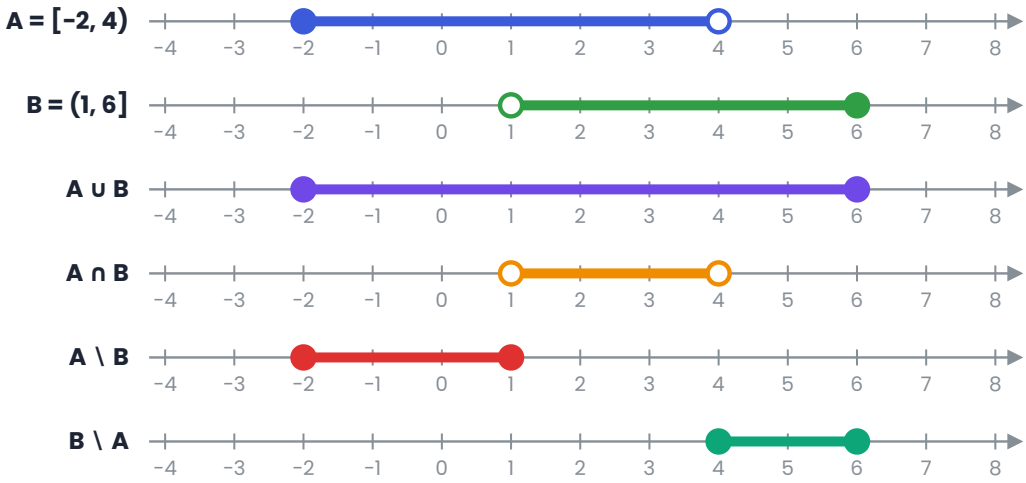
Aralık, sayı doğrusunun bir parçasıdır ve sonsuz çoklukta gerçek sayı içerir. Aynı aralığı üç farklı şekilde yazabilirsin:

Aralık gösterimi	Küme gösterimi	Sözle
$[-2, 3]$	$\{x \in \mathbb{R} : -2 \le x \le 3\}$	-2 ile 3 arası, ikisi de dahil (kapalı)
$(-2, 3)$	$\{x \in \mathbb{R} : -2 < x < 3\}$	Uçlar dahil değil (açık)
$[-2, 3)$	$\{x \in \mathbb{R} : -2 \le x < 3\}$	Yarı açık
$(1, \infty)$	$\{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$	1'den büyük tüm gerçek sayılar



Dolu daire: uç nokta **dahil** (köşeli parantez). Boş daire: uç nokta **dahil değil** (normal parantez).

Küme işlemleri: A ∪ B (birleşim) iki aralıktan **en az birinde** olanlar, A ∩ B (kesişim) **ikisinde birden** olanlar, A \ B (fark) A'da olup B'de **olmayanlar**dır.



Aralıkları alt alta çiz, sonra sütun sütun oku: Birleşimde biri yeterli, kesişimde ikisi de gerekli.

Orta **Örnek 6.** A = [-2, 4) ve B = (1, 6] için A ∪ B, A ∩ B, A \ B ve B \ A kümelerini yazalım.

A ∪ B = **[-2, 6]** · A ∩ B = **(1, 4)** (1, B'de yok; 4, A'da yok)
A \ B = **[-2, 1]** (1, B'de olmadığı için A'dan çıkarılmaz, dahil kalır)
B \ A = **[4, 6]** (4, A'da olmadığı için dahil)

Kolay **Örnek 7.** $\{x \in \mathbb{R} : -3 < x \leq 5\}$ aralığını yaz ve içindeki tam sayıları say.

(-3, 5] => tam sayılar: -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 => **8 tane**. (-3 dahil değil, 5 dahil.)

Taktik: Uç noktalar için mini tablo yap: Her uç için "A'da var mı? B'de var mı?" diye sor. **Birleşimde** en az biri "var" diyorsa dahil, **kesişimde** ikisi de "var" diyorsa dahil, **A \ B'de** "A'da var, B'de yok" ise dahil.

! Sık yapılan hatalar

- ∞ yanına köşeli parantez koymak: [3, ∞] yanlış, **[3, ∞)** doğru. Sonsuz bir sayı değildir, dahil edilemez.
- Aralıktaki "sayı" sorusuna tam sayı sayısıyla cevap vermek. (1, 2) aralığında tam sayı yok ama sonsuz çoklukta gerçek sayı var.

D Derinleşelim: Tümleyen, eşitsizlikten aralığa ve uç nokta kontrolü

Tümleyen: A = [-2, 4) ise A' = ℝ \ A = (-∞, -2) ∪ [4, ∞). Dahil olan uç tümleyende dahil olmaz, dahil olmayan uç tümleyende dahil olur: **parantezler ters döner**.

Eşitsizlikten aralığa: -1 < 2x + 3 ≤ 9 => her taraftan 3 çıkar: -4 < 2x ≤ 6 => 2'ye böl: -2 < x ≤ 3 => x ∈ (-2, 3].

Sonuç iki parçalıysa mutlaka ∪ ile yaz: [-4, 0) ∪ (3, 5]. Tek aralık gibi [-4, 5] yazmak C'nin çıkarıldığını yok sayar.

Orta **Örnek 7a.** A = (-∞, 3] ve B = (-1, ∞) için A ∩ B, A ∪ B, A \ B ve B' kümelerini yaz.

A ∩ B = **(-1, 3]** · A ∪ B = ℝ (her gerçek sayı en az birinde) · A \ B = **(-∞, -1]** (-1, B'de yok) · B' = **(-∞, -1]**



Önce A ∪ B = [-4, 5] bulunur, sonra C çıkarılır. C'nin uçları (0 ve 3) çıkarıldığı için sonuçta boş daire olur.

Zor **Örnek 7b (Üç küme).** A = [-4, 2), B = (-1, 5], C = [0, 3] veriliyor. a) (A ∪ B) \ C kümesini yaz ve içindeki tam sayıları say. b) A ∩ B ∩ C kümesini yaz.

a) A ∪ B = [-4, 5]. C'yi çıkar: **[-4, 0) ∪ (3, 5]**. Tam sayılar: -4, -3, -2, -1 ve 4, 5 => **6 tane**.
b) A ∩ B = (-1, 2); bunun C ile kesişimi **[0, 2)** (0, C'de var ve (-1, 2)'de var; 2, A'da yok).

Zor **Örnek 7c (Gerçek yaşam).** Bir aşı 2 °C ile 8 °C arasında (uçlar dahil) saklanmalıdır. Bir buzdolabının iç sıcaklığı gün boyunca (-1, 6] aralığında değişiyor. a) Aşının güvende olduğu sıcaklıkları aralıkla yaz. b) Buzdolabında aşıya zarar verebilecek sıcaklıklar hangileridir?

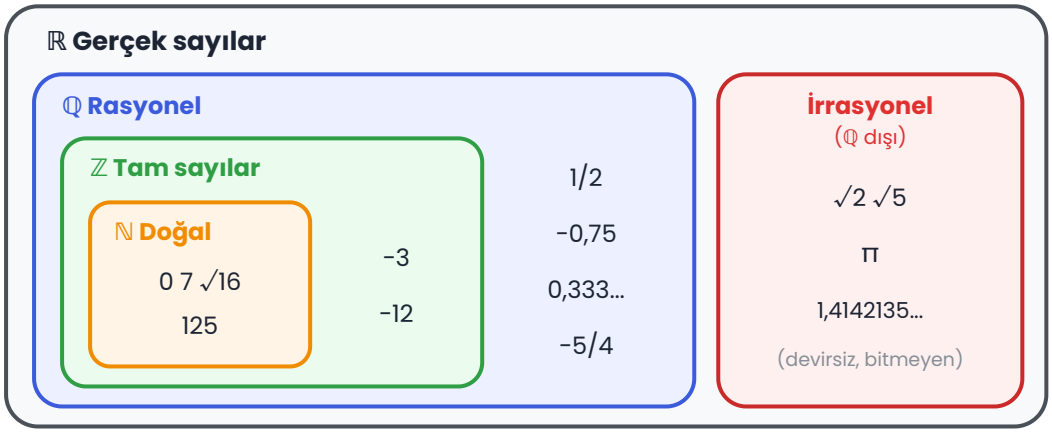
a) Güvenli = [2, 8] ∩ (-1, 6] = **[2, 6]**. b) Buzdolabı sıcaklıklarından güvenli olmayanlar: (-1, 6] \ [2, 8] = **(-1, 2)**. Buzdolabı 2 °C'nin altına düştüğü an risk var.

T Tuzak

- A \ B ile B \ A'yı karıştırmak: fark işlemi değişmeli değildir.
- Tümleyende parantezleri çevirmeyi unutmak: [-2, 4) için A' = (-∞, -2) ∪ **[**4, ∞).

4. Sayı Kümeleri ve Kapalılık

9.1.3 · Doğal, tam, rasyonel, irrasyonel, gerçek sayılar



ℕ ⊂ ℤ ⊂ ℚ ⊂ ℝ. Rasyonel ve irrasyonel sayılar ortak eleman içermez; birleşimleri ℝ'yi verir.

- ℕ = {0, 1, 2, 3, ...} doğal sayılar
- ℤ = {..., -2, -1, 0, 1, 2, ...} tam sayılar
- ℚ: a/b şeklinde yazılabilen sayılar (a, b tam sayı, b ≠ 0). **Biten ve devirli ondalıklar** rasyoneldir.
- İrrasyonel: a/b şeklinde yazılamayan, ondalık kısmı devirsiz ve sonsuz sayılar: $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, π.
- ℝ: rasyonel ve irrasyonellerin birleşimi.

Kapalılık: İki elemanı işleme soktuğunda sonuç hep aynı kümede kalıyorsa küme o işleme göre kapalıdır.

Küme	+	−	×	÷*
ℕ	Evet	Hayır	Evet	Hayır
ℤ	Evet	Evet	Evet	Hayır
ℚ	Evet	Evet	Evet	Evet
İrrasyonel	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır
ℝ	Evet	Evet	Evet	Evet

*Bölmede bölen sıfırdan farklı alınır.

Kolay **Örnek 8.** -4, 0, 2/3, $\sqrt{16}$, $\sqrt{7}$, 0,1212..., π sayılarını ait oldukları **en küçük** kümeye yerleştir.

$\sqrt{16}$ = 4 ve 0 => ℕ · -4 => ℤ · 2/3 ve 0,1212... = 12/99 = 4/33 => ℚ · $\sqrt{7}$ ve π => irrasyonel

Orta **Örnek 9 (Devirli ondalığı kesre çevirme).** 0,1666... (6 devirli) kesir olarak nedir?

Kural: (Sayının tamamı - devretmeyen kısım) / (devreden basamak sayısı kadar 9, devretmeyen kadar 0)
$0{,}1\overline{6} = (16 - 1) / 90 = 15/90 =$ **1/6**. Demek ki devirli ondalık sayılar rasyoneldir.

Taktik: "Kapalı mı?" sorusunda **kapalı değil** demek için tek bir karşı örnek yeter. İrrasyoneller için ezber karşı örnek: $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ ve $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$. İkisi de rasyonel çıktı.

! Sık yapılan hatalar

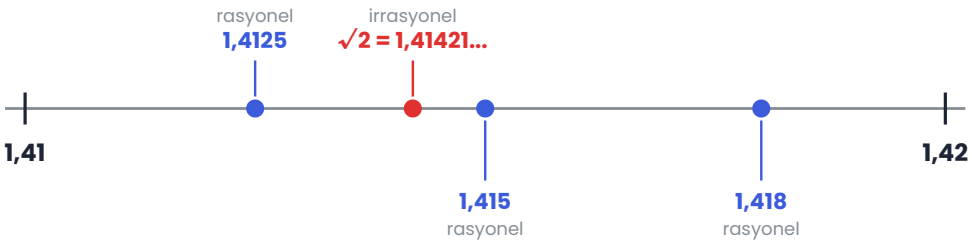
- Kök gördüğü her sayıyı irrasyonel sanmak: $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{0{,}25} = 0{,}5$ rasyoneldir.
- $\pi = 3{,}14$ sanmak: 3,14 ve 22/7 rasyoneldir; π bunlara sadece yaklaşık eşittir.

D Derinleşelim: Rasyonel + irrasyonel ve yoğunluk

Rasyonel + irrasyonel her zaman irrasyoneldir. Kanıt fikri: q rasyonel, x irrasyonel olsun ve q + x = r rasyonel olsun. O zaman x = r - q olur; iki rasyonelin farkı rasyonel olduğundan x rasyonel çıkar. Bu çelişkidir. Aynı fikirle: **sıfırdan farklı rasyonel × irrasyonel = irrasyonel**.

İki irrasyonelin toplamı/çarpımı ise her şey olabilir: $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ irrasyonel ama $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ rasyonel.

Yoğunluk: İki farklı gerçek sayı arasında her zaman sonsuz çoklukta rasyonel ve irrasyonel sayı vardır. a ile b arasındaki bir rasyonel için ortalamalarını al: (a + b)/2.



Sayı doğrusunu 1,41 ile 1,42 arasında büyüttük: Aradaki bu küçük aralıkta bile sonsuz çoklukta rasyonel ve irrasyonel sayı var.

Orta **Örnek 9a.** $a = \sqrt{3} - 1$ ve $b = \sqrt{3} + 1$ için a + b, a·b ve a/b sayılarının hangi kümeye ait olduğunu bul.

$a + b = 2\sqrt{3}$ => irrasyonel · $a \cdot b = 3 - 1 = 2$ => $\mathbb{N}$ · $a/b = (\sqrt{3} - 1)^2/(3 - 1) = (4 - 2\sqrt{3})/2 = 2 - \sqrt{3}$ => irrasyonel.

Zor **Örnek 9b (Gerekçelendirme).** İki irrasyonel sayının hem toplamı hem çarpımı rasyonel olabilir mi? Örnek vererek gerekçelendir.

Evet. $a = 1 + \sqrt{2}$ ve $b = 1 - \sqrt{2}$ ikisi de irrasyoneldir (rasyonel + irrasyonel). a + b = **2**, a·b = 1 - 2 = **-1**; ikisi de rasyonel. Demek ki "iki irrasyonelin toplamı irrasyoneldir" genellemesi yanlıştır.

Zor **Örnek 9c (Devirli ondalık).** 0,333… + 0,1666… toplamını kesir ve ondalık olarak yaz. Sonuç hangi kümede?

0,333… = 3/9 = 1/3 · 0,1666… = (16 − 1)/90 = 1/6 · Toplam: 1/3 + 1/6 = 2/6 + 1/6 = 3/6 = **1/2 = 0,5**. İki devirli ondalığın toplamı biten ondalık çıktı; sonuç $\mathbb{Q}$'da.

T Tuzak

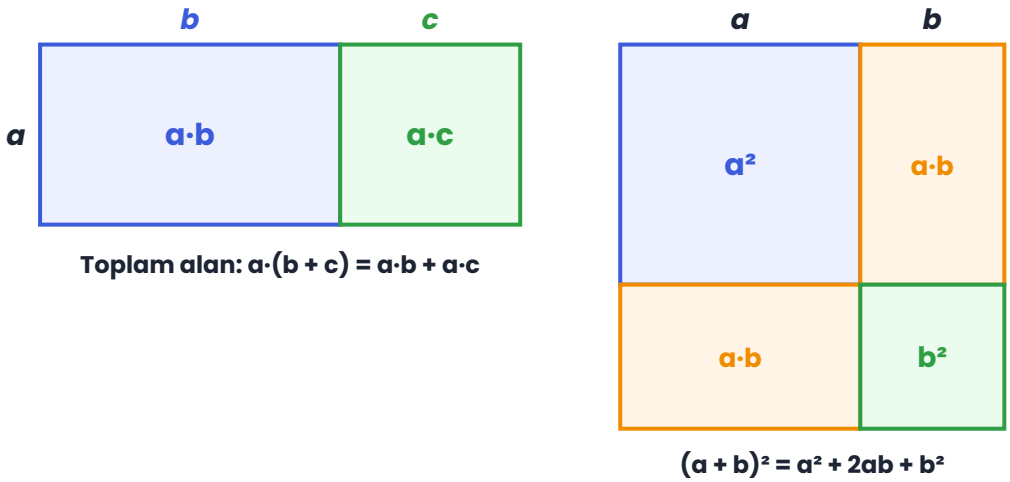
- Kesir görünümlü her sayıyı rasyonel sanmak: $\sqrt{2}/2$ bir kesir gibi görünür ama pay irrasyonel olduğu için irrasyoneldir. Rasyonel olması için pay ve paydanın **tam sayı** olması gerekir.
- $\mathbb{Z}$'nin bölmeye göre kapalı olmadığını göstermek için bölümü tam sayı çıkan örnek vermek. Karşı örnek gerekir: $1 \div 2 = 0{,}5 \notin \mathbb{Z}$.

5. İşlem Özelliklerini Cebirsel Olarak İfade Etme

9.1.4 · Sayılarda gördüğün kuralı harflerle genelle

Bu kazanımda senden beklenen, sayılarla yaptığın bir işlemdeki kuralı fark edip harflerle (cebirsel olarak) yazman ve doğru adını söylemendir.

Özellik	Cebirsel ifade (a, b, c ∈ ℝ)	Sayısal örnek
Değişme	a + b = b + a · a·b = b·a	7 + 3 = 3 + 7
Birleşme	(a + b) + c = a + (b + c) · (a·b)·c = a·(b·c)	(25·4)·17 = 25·(4·17)
Dağılma	a·(b + c) = a·b + a·c	6·(10 + 2) = 60 + 12
Etkisiz eleman	a + 0 = a · a·1 = a	−9 + 0 = −9
Ters eleman	a + (−a) = 0 · a·(1/a) = 1 (a ≠ 0)	(2/3)·(3/2) = 1
Yutan eleman	a·0 = 0	1453·0 = 0
Sıfır çarpım	a·b = 0 ise a = 0 veya b = 0	(x − 3)·(x + 2) = 0



Alan modelleri: Dağılma özelliği (solda) ve $(a + b)^2$ açılımı (sağda). Kareyi 4 parçaya böl, parçaları topla.

Kolay **Örnek 10.** $37 \cdot 12 + 37 \cdot 88$ işlemini kolayca yap ve kullandığın özelliği yaz.

Dağılma özelliği (ortak çarpan parantezine alma): $37 \cdot (12 + 88) = 37 \cdot 100 = \mathbf{3700}$

Kolay **Örnek 11.** $(x - 3) \cdot (x + 2) = 0$ denklemini sağlayan x değerlerini bul.

Sıfır çarpım özelliği: $x - 3 = 0$ veya $x + 2 = 0$ => $\mathbf{x = 3}$ **veya** $\mathbf{x = -2}$

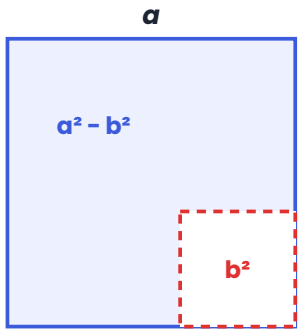
Orta **Örnek 12.** Çıkarma işleminin değişme özelliği var mıdır? Cebirsel olarak ifade et.

Hayır. Bir karşı örnek yeter: $5 - 3 = 2$ ama $3 - 5 = -2$. Genel olarak $a - b = -(b - a)$ olur; $a = b$ değilse $a - b \neq b - a$.

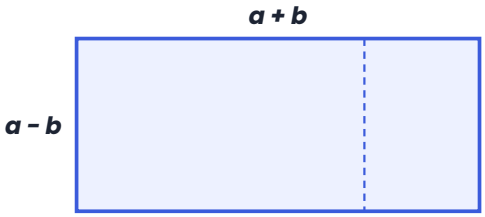
Taktik: Zihinden hesapta dağılmayı kullan: $98 \cdot 15 = (100 - 2) \cdot 15 = 1500 - 30 = \mathbf{1470}$. $25 \cdot 17 \cdot 4$ sorusunda değişme ve birleşmeyle önce $25 \cdot 4 = 100$ yap: **1700**.

! Sık yapılan hatalar

- Dağılmayı çarpmaya uygulamak: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot (a \cdot c)$ **yanlış**. $2 \cdot (3 \cdot 4) = 24$ ama $(2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 4) = 48$.
- $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ yazmak. Alan modeline bak: iki tane $a \cdot b$ parçası unutulmuş olur.



Büyük kareden küçük kare çıkarıldı



Kalan L parçası kesilip yan yana konunca dikdörtgen olur: $(a - b)(a + b)$

İki kare farkı: $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$. Alanlar eşit, sadece parçaların yeri değişti.

Orta **Örnek 12a (İki kare farkı).** $2027^2 - 2026^2$ işlemini hesap makinesiz yap.

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ => $(2027 - 2026)(2027 + 2026) = 1 \cdot 4053 = \mathbf{4053}$.

D Derinleşelim: Yeni bir işlemin özelliklerini incelemek

Yazılıda sık gelen "analojik" soru tipi: Sana yeni bir işlem tanımlanır ve bildiğin özelliklerin bu işlem için geçerli olup olmadığı sorulur. Her özelliği **tanımına göre** test et:

Özellik	Kontrol yöntemi (işlem: Δ)
Değişme	aΔb ile bΔa'yı harflerle yaz, aynı mı?
Birleşme	(aΔb)Δc ile aΔ(bΔc)'yi aç, aynı mı?
Etkisiz eleman e	Her a için aΔe = a olacak **sabit** e var mı? (e, a'ya bağlı çıkarsa yok demektir)
Ters eleman	aΔx = e denklemini x için çöz

Sayısal örnek kanıt değildir: 2Δ3 = 3Δ2 çıkması değişmeyi kanıtlamaz; harflerle göstermelisin. Ama "özellik yok" demek için tek karşı örnek yeter.

Zor **Örnek 12b (Yeni işlem).** Gerçek sayılarda aΔb = a + b - a·b işlemi tanımlanıyor. a) Değişme ve birleşme özellikleri var mı? b) Etkisiz elemanı bul. c) 3'ün tersini bul. Hangi sayının tersi yoktur?

a) bΔa = b + a - b·a = aΔb => **değişme var**. (aΔb)Δc = a + b + c - ab - ac - bc + abc; aΔ(bΔc) açıldığında da aynı ifade çıkar => **birleşme var**.
b) aΔe = a + e - a·e = a => e(1 - a) = 0, her a için => **e = 0**.
c) 3Δx = 0 => 3 + x - 3x = 0 => **x = 3/2**. Genel olarak aΔx = 0 => x = a/(a - 1); **a = 1 için ters yoktur** (payda 0).

T Tuzak

- Etkisiz elemanı bulurken bulduğun e'nin a'ya bağlı çıkması (ör. e = -a/(a + 2)). Etkisiz eleman **herkes için aynı tek sayı** olmalı; a'ya bağlıysa etkisiz eleman yoktur.
- Birleşmeyi tek bir sayı üçlüsüyle "ispatladım" sanmak.

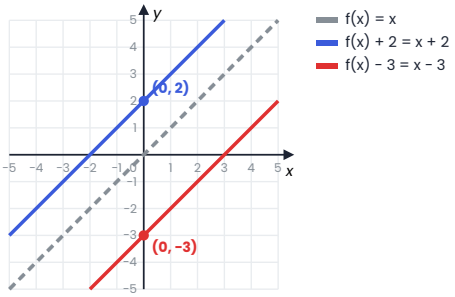
6. Doğrusal Fonksiyonlar ve Nitel Özellikleri

9.2.1 · f(x) = x ve g(x) = a·f(x ± r) ± k (Senaryo 2 ve 3)

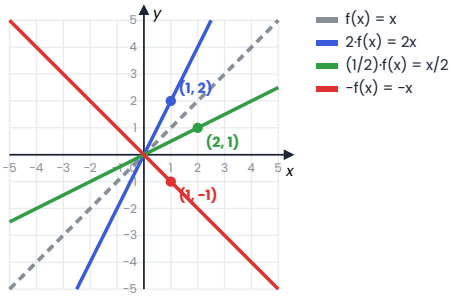
Referans fonksiyon f(x) = x: tanım ve görüntü kümesi ℝ, orijinden geçer, her x için y = x olduğundan **artandır**. Ondan türetilen her g(x) = a·f(x - r) + k fonksiyonu bir doğrudur. Parametrelerin etkisi:

Parametre	Grafiğe etkisi
+ k / - k	k birim yukarı / aşağı öteleme
f(x - r) / f(x + r)	r birim sağa / sola öteleme (işarete dikkat!)
|a| > 1 · 0 < |a| < 1	Dikleşme · yatıklaşma
a < 0	x eksenine göre yansıma, fonksiyon azalan olur

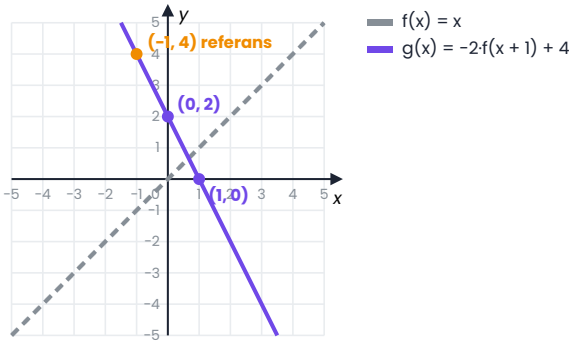
Nitel özellikler: artan/azalan olma, eksenleri kestiği noktalar (sıfırı), pozitif/negatif olduğu aralıklar, tanım ve görüntü kümesi.



+k grafiği k birim yukarı, -k aşağı taşır. Eğim (diklik) değişmez, doğrular paraleldir.



a > 1 dikleştirir, 0 < a < 1 yatıklaştırır, a < 0 ise grafik x eksenine göre yansır ve fonksiyon azalan olur.



g(x) = -2(x + 1) + 4 = -2x + 2. f'nin orijindeki noktası (-1, 4) noktasına taşınır; eğim -2 olduğundan g azalandır.

Orta **Örnek 14.** Grafiği (0, -1) ve (2, 3) noktalarından geçen doğrusal fonksiyonu f(x) = x cinsinden yaz.

Eğim: (3 - (-1)) / (2 - 0) = 2, y kesişimi -1 => g(x) = 2x - 1 = **2·f(x) - 1**

Orta **Örnek 13.** f(x) = x olmak üzere g(x) = -2·f(x + 1) + 4 fonksiyonunu incele.

g(x) = -2(x + 1) + 4 = **-2x + 2**
a = -2 < 0 => **azalan**
y eksenini kestiği nokta: g(0) = 2 => (0, 2)
Sıfırı: -2x + 2 = 0 => x = 1 => (1, 0)
g(x) > 0 olduğu aralık: x < 1 => **(-∞, 1)**

Taktik: g(x) = a·f(x - r) + k'de f'nin orijindeki noktası **(r, k)** noktasına taşınır. Önce bu noktayı işaretle, sonra eğim a kadar ilerle: 1 birim sağa git, a birim yukarı (a negatifse aşağı) çık. İki nokta = doğru hazır.

! Sık yapılan hata

f(x + 2)'yi sağa öteleme sanmak. Parantez içindeki **+2 sola**, **-2 sağa** götürür. Kontrol: f(x + 2) = 0 için x = -2 olmalı, yani nokta sola kaymıştır.

D Derinleşelim: Parametreleri grafikten okumak ve yazılışın tek olmaması

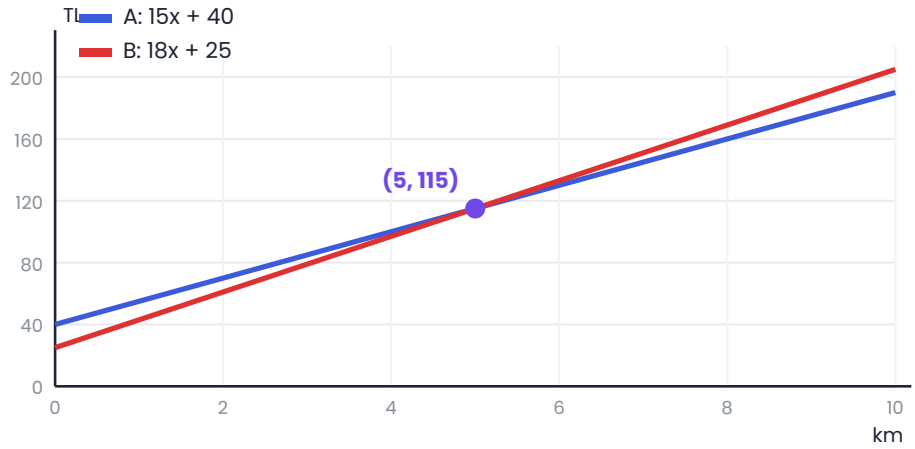
İki noktadan fonksiyon: Eğim a = $(y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$. Sonra bir noktayı yerine koyup sabiti bul.

Yazılış tek değildir: g(x) = -2x + 7 fonksiyonu hem -2·f(x) + 7 hem -2·f(x - 1) + 5 hem de -2·f(x - 3) + 1 olarak yazılabilir. Hepsi aynı doğrudur, çünkü doğruyu kendi üzerinde kaydırınca yine aynı doğru oluşur. Sınavda "(r, k) noktası" istenirse verilen yazılışa göre cevapla.

Paralellik ve kesişim: Eğimleri (a) eşit doğrusal fonksiyonların grafikleri paraleldir. Eğimleri farklıysa grafikler bir noktada kesişir; kesişimi bulmak için $g_1(x) = g_2(x)$ denklemini çöz.

Orta **Örnek 14a.** $f(x) = x$ olmak üzere $g(x) = 3 \cdot f(x - 2) - 1$ fonksiyonunun cebirsel ifadesini, eksenleri kestiği noktaları ve artan/azalan olduğunu bul.

$g(x) = 3(x - 2) - 1 =$ **$3x - 7$**. y ekseni: $g(0) = -7 \Rightarrow (0, -7)$. Sıfırı: $3x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7/3 \Rightarrow (7/3, 0)$. $a = 3 > 0 \Rightarrow$ **artan**.



İki doğru (5, 115) noktasında kesişir. 5 km'den kısa yolda B (kırmızı) altta, 5 km'den uzun yolda A (mavi) altta => daha ucuz.

Zor **Örnek 14b (Taksi problemi).** A taksisi açılış ücreti 40 TL ve km başına 15 TL, B taksisi açılış 25 TL ve km başına 18 TL alıyor. a) Ücretleri $f(x) = x$ cinsinden yaz. b) Hangi uzaklıkta ücretler eşittir? c) Hangi yolculuklarda A daha ucuzdur? Gerekçelendir.

a) $A(x) = 15 \cdot f(x) + 40$, $B(x) = 18 \cdot f(x) + 25$ (x: km).
b) $15x + 40 = 18x + 25 \Rightarrow 15 = 3x \Rightarrow$ **$x = 5$ km**, ücret 115 TL.
c) $A - B = -3x + 15 < 0 \Rightarrow x > 5$. **5 km'den uzun** yolculuklarda A ucuzdur; çünkü A'nın eğimi (km ücreti) daha küçük, açılış farkı 5 km'de kapanıyor.

T Tuzak

- Eşitliği bulup "hangisi ucuz" sorusuna tek sayı ile cevap vermek. Cevap bir **aralık** olmalı: $x > 5$.
- $-2 \cdot f(x + 1) + 4$'te önce sağa/sola ötelemeyi, sonra yansımayı karıştırmak. En güvenlisi: önce cebirsel ifadeyi aç $(-2x + 2)$, sonra iki nokta bul.

90+ Atölyesi

Kazanımları birleştiren zor sorular. Önce kendin dene, sonra çözüme bak.

Zor **Atölye 1 (Üslü denklem).** $3^{x+2} + 3^x = 270$ ise x kaçtır?

3^x ortak çarpan: $3^x(9 + 1) = 270 \Rightarrow 3^x = 27 = 3^3 \Rightarrow$ **$x = 3$**.

Puan kaybettiren nokta: $3^{x+2} + 3^x = 3^{2x+2}$ yazmak. Toplamada üsler toplanmaz.

Zor **Atölye 2 (Farklı dereceli kökler).** $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt[3]{3}$, $c = \sqrt[6]{6}$ sayılarını sıralayınız.

Hepsini 6. dereceden köke çevir: $a = 2^{3/6} = \sqrt[6]{8}$, $b = 3^{2/6} = \sqrt[6]{9}$, $c = \sqrt[6]{6}$. Kök içleri $6 < 8 < 9$ => **c < a < b**.

Puan kaybettiren nokta: Dereceleri eşitlemeden "kök içi büyük olan büyüktür" demek: $6 > 3$ ama $\sqrt[6]{6} < \sqrt[3]{3}$.

Zor **Atölye 3 (Çit maliyeti).** Dikdörtgen bir bahçenin kenarları $\sqrt{72}$ m ve $\sqrt{50}$ m'dir. a) Çevresini ve alanını en sade biçimde bulunuz. b) Çitin metresi 40 TL ise toplam maliyet kaç TL olur? ($\sqrt{2} \approx 1{,}414$ alınız.)

a) $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$, $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$. Çevre $= 2(6\sqrt{2} + 5\sqrt{2}) =$ **$22\sqrt{2}$ m**. Alan $= 6\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} = 30 \cdot 2 =$ **60 m²**.
b) $22\sqrt{2} \cdot 40 = 880\sqrt{2} \approx 880 \cdot 1{,}414 \approx$ **1244,32 TL**.

Puan kaybettiren nokta: Alanı $30\sqrt{2}$ bırakmak; $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$ olduğunu kullanmamak.

Zor **Atölye 4 (Parametreli aralık).** $A = [a, 7)$ ve $B = (2, 10]$ olmak üzere $A \cup B = [-3, 10]$ ise a kaçtır? Bu durumda $A \cap B$ nedir?

$A \cup B$'nin sol ucu -3 ve dahil; B'nin sol ucu 2 olduğundan bu uç A'dan gelmeli => **$a = -3$**. $A = [-3, 7)$ => $A \cap B =$ **$(2, 7)$**.

Puan kaybettiren nokta: $A \cup B$'nin uçlarının hangi kümeden geldiğini kontrol etmemek; 10'un B'den geldiğini, 7'nin $A \cup B$'de içte kaldığını görmek gerekir.

Zor **Atölye 5 (Küme ve gerekçe).** $x = \sqrt{12} \cdot \sqrt{3} - (\sqrt{5})^2$ ve $y = (\sqrt{2} + 1)^2$ veriliyor. a) x ve y'nin ait olduğu en küçük kümeleri bulunuz. b) $x + y$ rasyonel midir? Gerekçelendiriniz.

a) $x = \sqrt{36} - 5 = 6 - 5 = 1 \Rightarrow \mathbb{N}$. $y = 2 + 2\sqrt{2} + 1 = 3 + 2\sqrt{2}$ => **irrasyonel**.
b) $x + y = 4 + 2\sqrt{2}$. Rasyonel (4) + irrasyonel ($2\sqrt{2}$) her zaman irrasyoneldir => **rasyonel değildir**.

Puan kaybettiren nokta: $(\sqrt{2} + 1)^2 = 2 + 1 = 3$ yazmak; $2ab$ terimi unutulur.

Zor **Atölye 6 (Yeni işlem).** $a \oplus b = a + b + 3$ işlemi tanımlanıyor. a) Etkisiz elemanı bulunuz. b) 4'ün tersini bulunuz. c) $(1 \oplus 2) \oplus (-5)$ kaçtır?

a) $a \oplus e = a + e + 3 = a \Rightarrow$ **$e = -3$**. b) $4 \oplus x = -3 \Rightarrow 4 + x + 3 = -3 \Rightarrow$ **$x = -10$**. c) $1 \oplus 2 = 6$; $6 \oplus (-5) = 6 - 5 + 3 =$ **4**.

Puan kaybettiren nokta: Tersi bulurken $a \oplus x = 0$ yazmak. Ters eleman denklemi $a \oplus x =$ **e** (etkisiz eleman) olmalı; burada $e = -3$.

Zor **Atölye 7 (Fonksiyon + aralık).** Doğrusal g fonksiyonunun grafiği (-1, 7) ve (2, -2) noktalarından geçiyor. A = [-2, 6) olmak üzere A kümesinde g(x) ≥ -5 eşitsizliğini sağlayan x değerlerini aralıkla yazınız.

Eğim = (-2 - 7)/(2 - (-1)) = -9/3 = -3. g(x) = -3x + b, g(-1) = 3 + b = 7 => b = 4 => g(x) = -3x + 4.
-3x + 4 ≥ -5 => -3x ≥ -9 => x ≤ 3 (negatife bölünce yön döner). A ∩ (-∞, 3] = **[-2, 3]**.



Puan kaybettiren nokta: -3'e bölerken eşitsizlik yönünü çevirmemek ve sonucu A ile kesiştirmeyi unutmak.

Prova 1 – Temel

40 dakika · 6 açık uçlu soru · 100 puan. Önce kendin çöz, sonra cevap anahtarına bak.

Soru 1 (15 puan). A = $(9^2 \cdot 27^{-1}) \div 3^3$ ve B = $16^{3/4}$ olduğuna göre A·B çarpımını bulunuz.

Soru 2 (15 puan). $\sqrt{75} - \sqrt{12} + 6 / \sqrt{3}$ işleminin sonucunu en sade biçimde yazınız.

Soru 3 (20 puan). A = [-3, 5) ve B = (2, 8] aralıkları veriliyor.
a) A ∪ B, A ∩ B ve A \ B kümelerini aralık gösterimiyle yazınız ve sayı doğrusunda gösteriniz.
b) A ∩ B kümesinde kaç tam sayı vardır?

Soru 4 (15 puan). a) -7, $\sqrt{49}$, 0,333..., $\sqrt{12}$, 5/4, $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}$ sayılarını ait oldukları en küçük sayı kümesine yerleştiriniz.
b) İrrasyonel sayılar kümesi toplama işlemine göre kapalı mıdır? Bir örnekle açıklayınız.

Soru 5 (15 puan). a) 47·36 + 47·64 işlemini en kısa yoldan yapınız ve kullandığınız özelliğin adını ve cebirsel ifadesini yazınız.
b) (2x - 6)·(x + 5) = 0 eşitliğini sağlayan x değerlerini bulunuz. Hangi özelliği kullandınız?

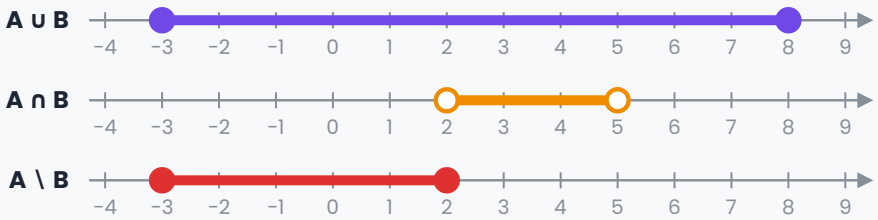
Soru 6 (20 puan). f(x) = x olmak üzere g(x) = -2·f(x - 1) + 4 fonksiyonu veriliyor.
a) g(x)'i cebirsel olarak yazınız. b) Grafiğin eksenleri kestiği noktaları bulunuz. c) g artan mı, azalan mı? g(x) > 0 olduğu aralığı yazınız. d) Grafiği çiziniz.

Prova 1 – Cevap Anahtarı ve Puanlama

1) $9^2 = 3^4$, $27^{-1} = 3^{-3}$ => $A = 3^{4-3-3} = 3^{-2} = 1/9$ *(7 puan)*. $B = (\sqrt[4]{16})^3 = 2^3 = 8$ *(5 puan)*. $A \cdot B$ = **8/9** *(3 puan)*

2) $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$, $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ *(6 puan)*; $6/\sqrt{3} = 6\sqrt{3}/3 = 2\sqrt{3}$ *(6 puan)*; $5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$ = **$5\sqrt{3}$** *(3 puan)*

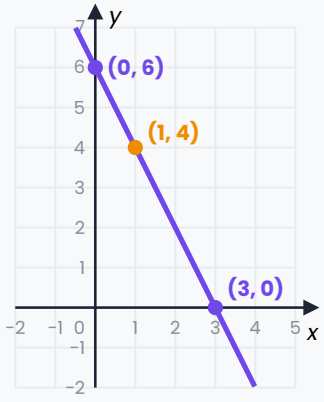
3) a) $A \cup B$ = **[-3, 8]**, $A \cap B$ = **(2, 5)**, $A \setminus B$ = **[-3, 2]** *(her biri 4, gösterim 4 puan)* b) 3 ve 4 => **2 tam sayı** *(4 puan)*



4) a) $\sqrt{49} = 7$ ve $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ => $\mathbb{N}$; -7 => $\mathbb{Z}$; 0,333... = 1/3 ve 5/4 => $\mathbb{Q}$; $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ => irrasyonel *(her biri 1,5 puan, toplam 9)* b) Kapalı değildir: $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$ rasyoneldir *(6 puan)*

5) a) Dağılma özelliği, $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$: $47 \cdot (36 + 64) = 47 \cdot 100$ = **4700** *(8 puan)* b) Sıfır çarpım özelliği: $2x - 6 = 0$ veya $x + 5 = 0$ => **$x = 3$ veya $x = -5$** *(7 puan)*

6) a) $g(x) = -2(x - 1) + 4$ = **$-2x + 6$** *(5 puan)*
b) $x = 0$ => $y = 6$ => (0, 6); $y = 0$ => $x = 3$ => (3, 0) *(5 puan)*
c) $a = -2 < 0$ => **azalan**; $-2x + 6 > 0$ => $x < 3$ => **$(-\infty, 3)$** *(5 puan)*
d) Referans nokta (1, 4); iki kesişim noktasından geçen doğru *(5 puan)*



Prova 2 – 90+ Zorluk

40 dakika · 6 açık uçlu soru · 100 puan. Her adımı yazarak çöz.

Soru 1 (15 puan). $4^{x-1} \cdot 8^{x} = 2^{x+11}$ eşitliğini sağlayan x değerini bulunuz.

Soru 2 (15 puan). $(\sqrt{6} + \sqrt{2}) / (\sqrt{6} - \sqrt{2}) - \sqrt{12}$ işleminin sonucunu en sade biçimde yazınız. Sonuç pozitif midir? Gerekçelendiriniz.

Soru 3 (20 puan). $A = \{x \in \mathbb{R} : -3 \le x < 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$ ve $C = [-1, 6]$ veriliyor.
a) $(A \cap B) \cup (C \setminus B)$ kümesini aralık gösterimiyle yazınız ve sayı doğrusunda gösteriniz.
b) Bu kümede kaç tam sayı vardır? c) $\mathbb{R} \setminus (A \cup B)$ kümesini yazınız.

Soru 4 (15 puan). $a = \sqrt{2} + 1$ ve $b = \sqrt{2} - 1$ veriliyor. $a \cdot b$, $a + b$, $a - b$ ve a/b sayılarının rasyonel mi irrasyonel mi olduğunu gösteriniz. "İki irrasyonel sayının çarpımı her zaman irrasyoneldir." ifadesini değerlendiriniz.

Soru 5 (15 puan). Gerçek sayılarda $a \circ b = a + b - 2ab$ işlemi tanımlanıyor. a) Değişme özelliği var mıdır? Gösteriniz. b) Etkisiz elemanı bulunuz. c) 3'ün tersini bulunuz. d) $(2 \circ 1) \circ 3$ işleminin sonucunu bulunuz.

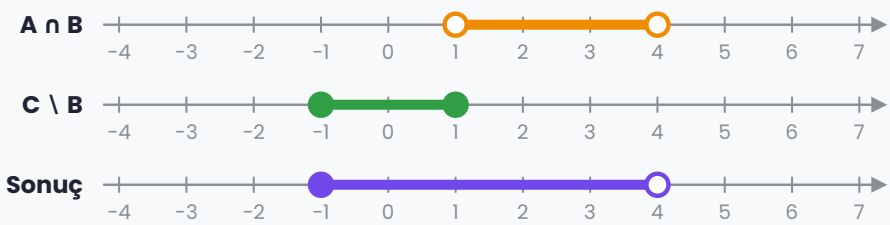
Soru 6 (20 puan). Bir operatörün A tarifesi aylık 100 TL sabit ücret ve GB başına 10 TL; B tarifesi 40 TL sabit ücret ve GB başına 25 TL'dir. x kullanılan GB miktarı olmak üzere:
a) Tarifeleri $f(x) = x$ cinsinden $a \cdot f(x) + k$ biçiminde yazınız. b) Hangi kullanımda iki tarife eşit ücretlidir? c) Hangi kullanımlarda A tarifesi daha avantajlıdır? d) Ayda 6 GB kullanan biri hangi tarifeyle kaç TL tasarruf eder?

Prova 2 – Cevap Anahtarı ve Puanlama

1) $4^{x-1} = 2^{2x-2}$, $8^{x} = 2^{3x}$ *(5 puan)* => $2^{5x-2} = 2^{x+11}$ *(4 puan)* => $5x - 2 = x + 11$ => **$x = 13/4$** *(6 puan)*

2) Eşlenikle genişlet: $(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 / (6 - 2) = (8 + 2\sqrt{12})/4 = (8 + 4\sqrt{3})/4 = 2 + \sqrt{3}$ *(8 puan)*. $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ => $2 + \sqrt{3} - 2\sqrt{3} =$ **$2 - \sqrt{3}$** *(4 puan)*. $\sqrt{3} \approx 1{,}73 < 2$ olduğundan **pozitiftir** ($\approx 0{,}27$) *(3 puan)*

3) a) $A \cap B = (1, 4)$, $C \setminus B = [-1, 1]$ *(her biri 4 puan)* => birleşim **$[-1, 4)$** *(4 puan; sayı doğrusu dahil)* b) $-1, 0, 1, 2, 3$ => **5 tam sayı** *(4 puan)* c) $A \cup B = [-3, \infty)$ => tümleyen **$(-\infty, -3)$** *(4 puan)*



4) a·b = 2 - 1 = **1** (rasyonel), a + b = **2√2** (irrasyonel), a - b = **2** (rasyonel), a/b = $(\sqrt{2}+1)^2/1$ = **3 + 2√2** (irrasyonel) *(her biri 3 puan)*. İfade yanlıştır: a ve b irrasyonel olduğu hâlde a·b = 1 rasyoneldir *(3 puan)*

5) a) b∘a = b + a - 2ba = a∘b => **var** *(4 puan)* b) a + e - 2ae = a => e(1 - 2a) = 0 => **e = 0** *(4 puan)* c) 3∘x = 0 => 3 + x - 6x = 0 => **x = 3/5** *(4 puan)* d) 2∘1 = 2 + 1 - 4 = -1; (-1)∘3 = -1 + 3 + 6 = **8** *(3 puan)*

6) a) A(x) = **10·f(x) + 100**, B(x) = **25·f(x) + 40** *(4 puan)* b) 10x + 100 = 25x + 40 => 60 = 15x => **x = 4 GB** (ikisi de 140 TL) *(6 puan)* c) A(x) < B(x) => 60 < 15x => **x > 4 GB** *(5 puan)* d) A(6) = 160 TL, B(6) = 190 TL => **A tarifesiyle 30 TL** tasarruf *(5 puan)*

Son gün kontrol listesi (90+ hedefi)

- ☐ Üs kurallarını, işaret kuralını ve ortak çarpan parantezini ($2^{x+3} - 2^{x+1} = 6\cdot2^x$) kullanabiliyorum.
- ☐ Üslü ve köklü sayıları taban/üs/derece eşitleyerek sıralayabiliyorum.
- ☐ $\sqrt{a^2} = |a|$ kuralını işaret kontrolüyle uyguluyor, paydayı eşlenikle rasyonel yapabiliyorum.
- ☐ Aralıklarda birleşim, kesişim, fark ve tümleyeni sayı doğrusunda doğru parantezlerle yazabiliyorum; iki parçalı sonucu ∪ ile gösteriyorum.
- ☐ Rasyonel + irrasyonel = irrasyonel olduğunu gerekçelendirebiliyor, kapalılık için karşı örnek verebiliyorum.
- ☐ Yeni tanımlanan bir işlemde değişme, birleşme, etkisiz ve ters elemanı harflerle inceleyebiliyorum.
- ☐ İki noktadan doğrusal fonksiyonu yazabiliyor, iki doğruyu karşılaştırıp cevabı aralık olarak verebiliyorum.
- ☐ Her cevapta veri, işlem, sonuç ve gerekçeyi yazıyorum.

Kaynak: MEB ÖDSGM konu soru dağılım tablosu 2026-2027